

الإحصاء

للصف الثالث التجارى

٢٠٢١

إعداد

البروفسير أبو كريم

الإحتمالات

أولا : كيفية كتابة (فضـــاء العينة) أو (فراغ العينة) أو (المجموعة الشاملة) أو (المجموعة الكلية)

مثـ (١) ـال :

عند رمى قطعة نقود معدنية مرة واحدة . أكتب فــراغ العينة (فضاء العينة) ؟

الحـــــل : ف = { ص ، ك } = ٢

مثـ (٢) ـال :

أكتب فراغ العينة (فضاء العينة) لرمى قطعتى نقـــود (قطعة نقود معدنية مرتين) ؟



الحـــــل :



ف	ص	ص	٤
	ص	ك	
	ك	ص	
	ك	ك	

مثـ (٣) ـال :

عند إلقاء (رمى) زهـــــرة الطاولة (حجر نرد) على الأرض مرة واحدة



الحـــــل :

ف = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ } = ٦

تـ (١) ـدريب :

أكتب فراغ العينة لرمى قطعة نقود معدنية مرتين ؟

تـ (٢) ـدريب :

عند إلقاء (رمى) حجر نرد على الأرض مرة واحــــدة أكتب فراغ العينة ؟

تـ (٣) ـدريب :

صندوق به كرات متماثلة مرقمة من ٢ إلى ٩ أكتب فراغ العينة ؟

تـ (٤) ـدريب :

عرف كلا من : الإحتمال – التجربة العشوائية – فضاء (فراغ) العينة ؟

تـ (١) ـمرين :

أكتب فراغ العينة لرمى قطعة نقـــود معدنية ثلاث مرات متتالية ؟

تـ (٢) ـمرين :

عند إلقاء (رمى) حجر نرد على الأرض مرة واحـــدة . أكتب فراغ العينة ؟

تـ (٣) ـمرين :

عند إلقاء (رمى) حجـــــر نرد على الأرض مرتين . أكتب فراغ العينة ؟

ثانيا : كيفية حساب الحدث : (مجموعة جزئية من فضاء العينة)

مثـ (١) ـال :

عند رمى حجر نرد مرة واحدة أذكر الأحداث الآتية :

الحـــدث (أ) ظهور العدد ٤

الحدث (ب) ظهور العدد ٣ على الأكثر

الحـــدث (ج) ظهور العدد ٣ فأكثر

الحـــدث (د) ظهور العدد أكثر من ٣

الحـــــل :

ف = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ } = ٦

الحـــدث (أ) ظهور العدد ٤ = { ٤ } = $\frac{١}{٦}$

الحدث (ب) ظهور العدد ٣ على الأكثر

= { ١ ، ٢ ، ٣ } = $\frac{٣}{٦}$ = ٠.٥

الحـــدث (ج) ظهور العدد ٣ فأكثر

= { ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ } = $\frac{٤}{٦}$

الحدث (د) ظهور العدد أكثر من ٣

= { ٤ ، ٥ ، ٦ } = $\frac{٣}{٦}$ = ٠.٥

مثال (٢) :

عند رمى قطعة نقود ثلاث مرات أكتب فضاء العينة ثم أذكر الأحداث الآتية :

الحدث (أ) ظهور صورة فقط

الحدث (ب) ظهور صورتين على الأقل

الحدث (ج) ظهور صورتين على الأكثر

الحدث (د) ظهور أكثر من صورتين

الحل :

ف =

ص	ص	ص
ص	ص	ك
ص	ك	ص
ص	ك	ك
ك	ص	ص
ك	ص	ك
ك	ك	ص
ك	ك	ك

= ٨

الحدث (أ) ظهور صورة فقط

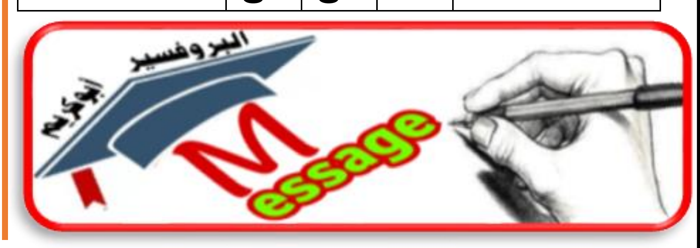
ص	ك	ك
ك	ص	ك
ك	ك	ص

= $\frac{٣}{٨}$

الحدث (ب) ظهور صورتين على الأقل

ص	ص	ص
ص	ص	ك
ص	ك	ص
ك	ص	ص

= $\frac{٤}{٨}$ = ٠.٥



الحدث (ج) ظهور صورتين على الأكثر

ص	ص	ك
ص	ك	ص
ص	ك	ك
ك	ص	ص
ك	ص	ك
ك	ك	ص
ك	ك	ك

= $\frac{٧}{٨}$

الحدث (د) ظهور أكثر من صورتين

ص	ص	ص

= $\frac{١}{٨}$

تدريب (١) :

تم رمى حجر نرد مرة واحدة – أذكر الأحداث الآتية :

الحدث (أ) ظهور العدد ٢

الحدث (ب) ظهور العدد ٢ على الأكثر

الحدث (ج) ظهور العدد ٢ فأكثر

الحدث (د) ظهور العدد أكثر من ٢

تدريب (٢) :

عند رمى قطعة نقود ثلاث مرات أكتب فضاء العينة ثم أذكر الأحداث الآتية :

الحدث (أ) ظهور صورتين على الأقل

الحدث (ب) ظهور أكثر من صورتين

الحدث (ج) ظهور صورتين فأكثر

الحدث (د) ظهور صورة فقط

الحدث (هـ) ظهور صورتين وكتابة

الحدث (و) عدم ظهور أى صورة

الحدث (ز) ظهور صورتين على أن تكـــون الرمية الأولى صورة

الحدث (ح) ظهور ٤ صور





الحدث (ط) ظهور ٥ صور

الحدث (ى) عدم ظهور أى كتابة

تـ (٣) دريب :

تم رمى حجر نرد مرة واحدة – أذكر الأحداث الآتية :

الحدث (أ) ظهور العدد ٣ فأكثر

الحدث (ب) ظهور العدد أكثر من ٤

الحدث (ج) ظهور العدد أكثر من ٣

الحدث (د) ظهور العدد أكثر من ٦

تـ (١) مرين :

تم رمى حجر نرد مرة واحدة – أكتب فضاء العينة ثم أذكر الأحداث الآتية :

الحدث (أ) ظهور عدد زوجى

الحدث (ب) ظهور عدد فردى

الحدث (ج) ظهور عدد أولى

الحدث (د) ظهور عدد يقبل القسمة على ٣

الحدث (هـ) ظهور عدد زوجى أو أولى

تـ (٢) مرين :

تم رمى حجر نرد مرة واحدة – أكتب فضاء العينة ثم أذكر الأحداث الآتية :

الحدث (أ) ظهور عدد يقبل القسمة على ٢

الحدث (ب) ظهور عدد أقل من ٧

الحدث (ج) ظهور عدد يقبل القسمة على ٨

الحدث (د) ظهور عدد يقبل القسمة على ٤

تـ (٣) مرين :

تم رمى حجر نرد مرة واحدة – أكتب فضاء العينة ثم أذكر الأحداث الآتية :

الحدث (أ) ظهور عدد يقبل القســمة على ٧

الحدث (ب) ظهور عدد أقل من ٦

الحدث (ج) ظهور عدد يقبل القسمة على ٥

الحدث (د) ظهور عدد يقبل القسمة على ٣



ثالثا : أمثلة متنوعة :

مثـ (١) ـال :

صندوق به٧ كرات حمراء ، ٨ كرات خضراء ، ٥ كرات صفراء

فإذا سحبت كرة بطريقة عشوائية - إحسب إحتمال :

(أ) أن تكون الكرة المسحوبة صفراء

(ب) أن تكون الكرة المسحوبة ليست صفراء أو خضراء

(ج) أن تكون الكرة المسحوبة حمراء أو خضراء

الحل	لون الكرة	حمراء	خضراء	صفراء	الإجمالى
	العدد	٧	٨	٥	٢٠

(أ) إحتمال أن تكون الكرة المسحوبة صفراء

$$= \frac{٥}{٢٠} = .٢٥$$

(ب) إحتمال أن تكون الكرة المسحوبة ليست صفراء أو خضراء

$$= \frac{٧}{٢٠}$$

(ج) إحتمال أن تكون الكرة المسحوبة حمراء أو خضراء

$$= \frac{١٥}{٢٠} = .٧٥$$

مثـ (٢) ـال :

إذا كان طلبة إحدى المدارس موزعين كالآتى :

٧٠ طالب يدرس الإقتصاد

٤٠ طالب يدرس الرياضة

١٠ طالب يدرس الإقتصاد والرياضة

إحسب إحتمال أان يكون الطالب :

(أ) يدرس الإقتصاد ولا يدرس الرياضة

(ب) يدرس الرياضة ولا يدرس الإقتصاد

(ج) يدرس الإقتصاد والرياضة

الحل	إقتصاد	٧٠ ـ ١٠ = ٦٠	١٠٠ الإجمالى
	رياضة	٤٠ ـ ١٠ = ٣٠	
	إقتصاد ورياضة	١٠	

(أ) أن يكون الطالب يدرس الإقتصاد ولا يدرس الرياضة

$= \frac{٦٠}{١٠٠} = .٦٠$

(ب) أن يكون الطالب يدرس الرياضة ولا يدرس الإقتصاد

$= \frac{٣٠}{١٠٠} = .٣٠$

(ج) أن يكون الطالب يدرس الإقتصاد والرياضة

$= \frac{١٠}{١٠٠} = .١٠$

مثـال (٣) :

الآتى أعداد طلاب إحـــدى المدارس فى الصفين الأول والثانى :

الصف	عدد الطلاب		الجملة
	ذكور	إناث	
الأول	٤٠	٦٠	١٠٠
الثانى	٧٠	٨٠	١٥٠
المجموع	١١٠	١٤٠	٢٥٠

فإذا تم إختيار طالب بطريقة عشوائية أوجد إحتمال أن يكون الطالب الذى تم إختياره :

(أ) من الذكور (ب) من الإناث

(ج) ذكر ومن الصف الثانى (د) من الصف الأول



الحـــل : إحتمال أن يكون الطالب الذى تم إختياره :

(أ) من الذكور $= \frac{١١٠}{٢٥٠}$

(ب) من الإناث $= \frac{١٤٠}{٢٥٠}$

(ج) ذكر ومن الصف الثانى $= \frac{٧٠}{٢٥٠}$

(د) من الصف الأول $= \frac{١٠٠}{٢٥٠}$

مثـال (٤) :

مدرس..ة عدد طلابها فى الصف الأول ١٥٠ طالب منها ٩٠ طالب ذكور

أوجـــد : إحتمال أن يكون الطالب الذى تم إختياره بطريقة عشوائية من الإناث

الحل :

ذكور	٩٠	إجمالى	١٥٠
إناث	٦٠		

إحتمال أن يكون الطالب الذى تم إختياره بطريقـــة عشوائية من الإناث $= \frac{٦٠}{١٥٠}$





ت (١) دريب :

فى تجربة لرمى حجر نرد مرتين وملاحظة العـــــــدد الظاهر على الوجه العلوى لكل منهما – المطلوب :

١- إحتمال أن يكون مجموع العددين ≤ ١٠

٢- إحتمال أن يكون الفرق المطلق بينهما ٤

٣- إحتمال أن يكون مجموع العددين أكبر من ٨

٤- إحتمال أن يكون مجموع العددين أكبر من ٩

٥- إحتمال أن يكون الفرق المطلق بينهما ٢

ت (٢) دريب :

إحدى المدارس بها ٢٠٠ طالب منها ١٢٠ ذكور ، ٨٠ إناث أوجـــد إحتمال أن يكون الطالب الذى تم إختياره بطريقة عشوائية من الذكور

ت (٣) دريب :

الآتى أعداد طلاب إحـــدى المدارس فى الصفين الأول والثانى :

الصف	عدد الطلاب		الجملة
	ذكور	إناث	
الأول	١٤٠	١٦٠	٣٠٠
الثانى	١٧٠	١٨٠	٣٥٠
المجموع	٣١٠	٣٤٠	٦٥٠

فإذا تم إختيار طالب بطريقة عشوائية

أوجد إحتمال أن يكون الطالب الذى تم إختياره :

(أ) من الذكور (ب) من الإناث

(ج) ذكر ومن الصف الثانى (د) من الصف الأول



ت (٤) دريب :

طلاب إحدى المدارس موزعين كالآتى :

٩٠ طالب يدرس الإحصاء ١٥٠ طالب يدرس الرياضة

٤٠ طالب يدرس الإحصاء والرياضة

إحسب إحتمال أن يكون الطالب :

(أ) يدرس الإحصاء ولا يدرس الرياضة

(ب) يدرس الرياضة ولا يدرس الإحصاء

(ج) يدرس الإحصاء والرياضة

ت (١) مرين :

صندوق به ١٢ كرة بيضاء ، ١٨ كرة حمراء ، ٢٠ كرة سوداء فإذا سحبت كرة بطريقة عشوائية

إحسب إحتمال أن تكون الكرة المسحوبة :

(أ) حمراء (ب) ليست بيضاء أو حمراء

(ج) حمراء أو سوداء

ت (٢) مرين :

طلاب إحدى المدارس موزعين كالآتى :

١٢٠ طالب يدرس جغرافيا ٢٥٠ طالب يدرس تاريخ

٥٠ طالب يدرس جغرافيا وتاريخ

إحسب إحتمال أن يكون الطالب :

(أ) يدرس الجغرافيا ولا يدرس التاريخ

(ب) يدرس التاريخ ولا يدرس الجغرافيا

(ج) يدرس الجغرافيا والتاريخ

ت (٣) مرين :

فى تجربة لرمى حجر نرد مرتين وملاحظة العدد الظاهر على الوجه العلوى لكل منهما – المطلوب :

١- إحتمال أن يكون مجموع العددين ≤ ٨

٢- إحتمال أن يكون الفرق المطلق بينهما ٣

٣- إحتمال أن يكون مجموع العددين أكبر من ١٠

٤- إحتمال أن يكون مجموع العددين أكبر من ٧

٥- إحتمال أن يكون الفرق المطلق بينهما ٤

رابعا : قوانين ومسلمات الإحتمالات :

مثـال (١) :

ما المقصود بكل من : $ح(أ \cap ب)$ ، $ح(أ \cap ب')$ ، $ح(أ \cap ب)'$

الحـــل :

$ح(أ \cap ب)$

إحتمال وقوع الحدث (أ) و وقوع الحدث (ب)
أو
إحتمال وقوع الحدثين (أ) و (ب) معا

$ح(أ \cap ب')$

إحتمال وقوع الحدث (أ) فقط
أو
إحتمال وقوع الحدث (أ) و عدم وقوع الحدث (ب)

$ح(أ \cap ب)'$

إحتمال عدم وقوع الحدث (أ) و (ب) معا

مثـال (٢) :

تبيع إحدى المنشآت سلعتين أ ، ب فإذا كان

إحتمال بيع (أ) = .٨

وإحتمال بيع (ب) = .٤

وإحتمال بيع السلعتين = .٢٨

المطلوب إيجاد :

١- إحتمال عدم بيع السلعة (أ)

٢- إحتمال عدم بيع السلعة (ب)

٣- إحتمال بيع السلعة (أ) أو بيع السلعة (ب)

٤- إحتمال بيع السلعة (أ) فقط

٥- إحتمال بيع السلعة (ب) فقط

الحـــل :

١- إحتمال عدم بيع السلعة (أ)

$ح(أ') = ١ - ح(أ) = ١ - .٨ = .٢$

٢- إحتمال عدم بيع السلعة (ب)

$ح(ب') = ١ - ح(ب) = ١ - .٤ = .٦$

٣- إحتمال بيع السلعة (أ) أو بيع السلعة (ب)

$ح(أ \cup ب)$

$= ح(أ) + ح(ب) - ح(أ \cap ب)$

$= .٨ + .٤ - .٢٨ = ٩٢,$

٤- إحتمال بيع السلعة (أ) فقط

$ح(أ - ب) = ح(أ) - ح(أ \cap ب)$

$= .٨ - .٢٨ = .٥٢$

٥- إحتمال بيع السلعة (ب) فقط

$ح(ب - أ) = ح(ب) - ح(أ \cap ب)$

$= .٤ - .٢٨ = .١٢$



تـ (١) دريب :

تبيع إحدى المنشآت سلعتين ٩ ، ب فإذا كان

إحتمال بيع (٩) = ٧.

وإحتمال بيع (ب) = ٦.

وإحتمال بيع السلعتين = ٥.

المطلوب إيجاد :

١- إحتمال بيع السلعة (٩) أو بيع السلعة (ب)

٢- إحتمال عدم بيع السلعة (ب)

٣- إحتمال عدم بيع السلعة (٩) أو عدم بيع السلعة (ب)

٤- إحتمال عدم بيع السلعة (٩) و عدم بيع السلعة (ب)

تـ (٢) دريب :

تبيع إحدى المنشآت سلعتين ٩ ، ب فإذا كان

إحتمال بيع (٩) = ٦.

وإحتمال بيع (ب) = ٣.

وإحتمال بيع السلعتين = ٢٨.

المطلوب إيجاد :

١- إحتمال عدم بيع السلعة (ب)

٢- إحتمال بيع السلعة (٩) أو بيع السلعة (ب)

تـ (١) مرين :

تبيع إحدى المنشآت سلعتين س ، ص فإذا كان

إحتمال بيع (س) = ٦.

وإحتمال بيع (ص) = ٣.

وإحتمال بيع السلعتين معا = ٢٨.

المطلوب إيجاد :

١- إحتمال عدم بيع السلعة (ص)

٢- إحتمال بيع السلعة (س) أو بيع السلعة (ص)

٣- إحتمال بيع السلعة (س) فقط

٤- إحتمال بيع السلعة (ص) فقط

تـ (٢) مرين :

تبيع إحدى المنشآت سلعتين ٩ ، ب فإذا كان

إحتمال بيع (٩) = ٧.

وإحتمال بيع (ب) = ٥.

وإحتمال بيع السلعتين (٩) و (ب) = ٤.

المطلوب إيجاد :

١- إحتمال عدم بيع السلعة (٩) أو عدم بيع السلعة (ب)



خامسا : أسئلة إمتحانات سابقة :

عام ٢٠١١ دور أول :

س٤ : صندوق به الأعداد الآتية : (١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦)

أوجد :

١- إحتمال أن يكون الحدث (أ) ظهور عدد فردى

٢- إحتمال أن يكون الحدث (ب) ظهور عدد أولى

س٥ :

(أ) ما المقصود بكل من :

(١) ح (أ ∪ ب)   (٢) ح (أ – ب)

عام ٢٠١١ دور ثان :

س٤ :

(أ) إذا كان عدد طلاب إحدى المدارس ١٠٠ طالب منها ٤٠ ذكور ، ٦٠ إناث – أوجد إحتمال أن يكون الطالب الذى تم إختياره من الذكور

س٦: (ب) ما المقصود بكل من :

(١) ح (أ/ ∩ ب/)   (٢) الحدث المؤكد

عام ٢٠١٢ دور أول :

س١ :

(أ) عند رمى قطعة نقود ثلاث مرات متتالية – أكتب فضاء العينة ثم أذكر الأحداث الآتية :

١- الحدث (أ) ظهور صورتين على الأقل

٢- الحدث (ب) ظهور أكثر من صورتين

(ب) تبيع إحدى المنشآت سلعتين أ ، ب فإذا كان إحتمال بيع (أ) = ٠.٦ وإحتمال بيع (ب) = ٠.٣

وإحتمال بيع السلعتين = ٠.٢٨ المطلوب :

١- إيجاد إحتمال عدم بيع السلعة (ب)

٢- إيجاد إحتمال بيع السلعة (أ) أو بيع السلعة (ب)

عام ٢٠١٢ دور ثان :

س١ :

(أ) عـرف كل من : الإحتمال – الحدث – فراغ العينة

(ب) مدرسة تجارية مشتركة عدد طلاب الصف الثالث ٢٥٠ طالب منهم ١٠٠ ذكور أوجد إحتمال أن يكون الطالب الذى تم إختياره من الأناث

عام ٢٠١٣ دور أول :

س١ :

(أ) عند رمى قطعة نقود ثلاث مرات متتالية – أكتب فضاء العينة ثم أذكر الحدث (س) ظهور أكثر من صورتين

(ب) تبيع إحدى المنشآت سلعتين جـ ، د فإذا كان إحتمال بيع (جـ) = ٠.٧ وإحتمال بيع (د) = ٠.٤

وإحتمال بيع السلعتين معا = ٠.٢٨

المطلوب : ١- إيجاد إحتمال عدم بيع السلعة (د)

٢- إيجاد إحتمال عدم بيع السلعة (جـ) وعدم بيع السلعة (د)

عام ٢٠١٣ دور ثان :

س١ : (أ) ضع علامة (√) أوعلامة (×) :

١- (أ – ب) تعنى عدم وقوع الحدث (أ) وعدم وقوع الحدث (ب)

٢- ح(أ – ب) = ح(أ) إذا كان الحدثان متنافيان .

(ب) إذا كانت ف = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ }

أوجد إحتمال ظهور عدد أولى .

(ج) إذا كان إحتمال بيع السلعة (أ) = ٠.٧

وإحتمال بيع السلعة ح(ب) = ٠.٥

وإحتمال بيع السلعتين (أ و ب) = ٠.٤

أوجد إحتمال :

عدم بيع السلعة (أ) أوعدم بيع السلعة (ب)

عام ٢٠١٤ دور أول :

س١ : (أ) ضع علامة (√) أوعلامة (×) :

١- إحتمال وقوع الحدث المؤكد = صفر

(ب) إذا كان ح (ا) = ٠.٥ ، ح (ب) = ٠.٤

ح (ا ∩ ب) = ٠.٢

أوجد : ح (ا ∪ ب) ، ح (ا/ ∩ ب/)

عام ٢٠١٤ دور ثان :

س١ : (أ) أكمل ما يأتى :

١) ح (ا/) = ١ − ....

٢) في الأحداث غير المتنافية يكون

ح (ا − ب) = ...

(ب) إذا كان إحتمال بيع السلعة (ا) = ٠.٥

وإحتمال بيع السلعة (ب) = ٠.٤

وإحتمال بيع السلعتين معا = ٠.٣

إحسب : إحتمال بيع السلعة (ا) أو السلعة (ب)

(ج) إذا كانت ف = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ }

إحسب إحتمال ظهور عدد فردى

عام ٢٠١٥ دور أول :

س١ : (أ) أكمل ما يأتى :

١) في الأحداث غير المتنافية يكون

ح (ا − ب) = ...

(ب) إذا كان ا ، ب حدثين من فضاء العينة لتجربة عشوائية وكان ح (ا) = ٠.٤ ، ح (ب) = ٠.٦ ، ح (ا ∩ ب) = ٠.٣ أوجد :

ح (ا ∪ ب) ، ح (ا/ ∩ ب/)

عام ٢٠١٥ دور ثان :

س١ : (أ) أكمل ما يأتى :

١) ح (ا − ب) = ... − ....

٢) ح (ا/ ∩ ب/) = ١ − ....

(ب) تبيع إحدى المنشآت تبيع سلعتين ا ، ب

وكان إحتمال بيع (ا) = ٠.٦

وإحتمال بيع (ب) = ٠.٥

وإحتمال بيع السلعتين معا = ٠.٣

إحسب :

١- إحتمال بيع السلعة (ا) أو (ب)

٢- إحتمال عدم بيع السلعة (ا) و (ب) معا

عام ٢٠١٦ دور أول :

س١ : (أ) عرف كل من : ١) الإحتمال

(ب) في تجـربة رمى حجر نرد مرة واحدة وملاحظة الوجه الظاهر .

أوجد كل من الأحداث التالية :

١- الحدث (س) ظهور عدد زوجي

٢- الحدث (ص) ظهورعدد أولى

٣- الحدث (ع) ظهور عدد زوجي أو عدد أولى

عام ٢٠١٦ دور ثان :

س١ : (أ) أكمل :

١) ح (ا/ ∪ ب/) = ١ − ....

(ب) إذا كان إحتمال بيع السلعة (ا) = ٠.٦

وإحتمال بيع السلعة (ب) = ٠.٥

وإحتمال بيع السلعتين (ا) و (ب) = ٠.٢

أوجد :

١- إحتمال بيع السلعة (أ) أو السلعة (ب)

٢- إحتمال بيع السلعة (ب) فقط

س٣: (أ) ضع علامة (√) أوعلامة (×) :

٢- إحتمال الحدث المؤكد = ١

عام ٢٠١٧ دور أول :

س٤ : (أ) عرف كل من : ١) الإحتمال

(ب) تبيع إحدى المنشآت تبيع سلعتين أ ، ب وكان

إحتمال بيع السلعة (أ) = ٠.٦٨

وكان إحتمال بيع السلعة (ب) = ٠.٥٢

وإحتمال بيع السلعتين معا = ٠.٤٥

إحسب :

١- إحتمال بيع سلعة واحدة على الأقل

٢- إحتمال بيع السلعة (ب) و عدم بيع السلعة (أ)

عام ٢٠١٧ دور ثان :

س٤ : (أ) أكمل :

١) ح(ب – أ) = ... – ....

٢) ح (أ/) = ١ – ....

(ب) إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء العينة (ف) لتجربة عشوائية وكان :

ح (أ) = ٠.٥ ، ح (ب) = ٠.٧

، ح(أ ∩ ب) = ٠.٣

أوجد : ح(أ ∪ ب) ، ح(أ/ ∪ ب/)

ح (ب – أ)

عام ٢٠١٨ دور أول :

س١ :

(أ) أكمل :

١) ح(أ) = ١ – ....

٢) إذا كان ح(أ – ب) = ح(أ) فإن أ ، ب أحداث ....

(ب) إذا كان أ ، ب حدثين من فضـــاء العينة (ف) لتجربة عشوائية وكان :

ح(أ) = ٠.٤٥ ، ح (ب) = ٠.٥٩

ح(أ ∪ ب) = ٠.٧٤

إحسب : ح (أ ∩ ب) ، ح (ب – أ)

ح(أ/ ∪ ب/)

س٥ :

(ب) إذا كان إحتمال بيع السلعة (أ) هو ٠.٦ وكان

إحتمال بيع السلعة (ب) هو ٠.٥ وإحتمال بيع السلعتين معا هو ٠.٣

أوجد :

إحتمال بيع السلعة (أ) أو السلعة (ب)



عام ٢٠١٨ دور ثان :

س١ :

(أ) عرف كل من :

١) الإحتمال ٢) التجربة العشوائية

(ب) إذا كان (أ) ، (ب) حدثان من فضاء العينة (ف) لتجربة عشوائية وكان :

ح(أ) = ٠.٥٢ ، ح (ب) = ٠.٦٨

، ح(أ ∩ ب) = ٠.٣٥

أوجد : ح(أ ∪ ب) ، ح(أ – ب)

، ح(أ/ ∩ ب/)

س٢ :

(أ) في تجربة رمى حجر نرد مرة واحدة وملاحظة الوجه الظاهر . أوجد كل من الأحداث التالية ثم إحسب إحتمال كل منها :

١- الحدث (س) ظهور عدد أولي

٢- الحدث (ص) ظهورعدد زوجي

عام ٢٠١٩ دور أول :

س١ : (أ) أكمل ما يلي :

١) الحدث .... هو الحدث الذى عناصره نفس عناصر فضاء العينة

٢) عدد عناصر فضاء العينة الناتج من إلقاء قطعة نقود ثلاث مرات = ...

(ب) إذا كان (أ) ، (ب) حدثين من فضاء العينة لتجربة عشوائية وكان :

ح(أ) = $\frac{1}{2}$ ، ح (ب) = $\frac{1}{3}$

ح(أ ∪ ب) = $\frac{7}{12}$

أوجد : ح(أ ∩ ب) ، ح(أ/ ∩ ب)

ح(أ ∩ ب)/

عام ٢٠١٩ دور ثان :

س١ :

(أ) أكمل ما يلي :

١) الحدث .... هة ذلك الحدث الذى لا يمكن وقوعه

(ب) إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء العينة (ف) لتجربة عشوائية وكان :

ح(أ) = ٠.٥٢ ، ح (ب) = ٠.٦٨

ح(أ ∩ ب) = ٠.٤٥

إحسب : ح (أ ∪ ب) ، ح (أ – ب)

ح (أ/ ∪ ب/)

س٣ : (أ) عرف كل من : ١- الإحتمال

عام ٢٠٢٠ دور أول :

(أ) اكمل كل مما يأتي :

١- في الأحداث المتنافية يكون

ح(ب – أ) = ...

١- عدد عناصر فضاء العينة الناتج من إلقاء زهرة نرد مرتين = ...

(ب) إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء العينة لتجربة عشوائية وكان :

ح(أ) = ٠.٤٩ ، ح (ب) = ٠.٥٣

ح(أ ∩ ب) = ٠.٣٢

إحسب : ح (أ ∪ ب) ، ح (أ/ ∩ ب/)

ح (أ ∩ ب/)

(١) فضاء العينة لقطعة النقود المعدنية

مرة واحدة

ف = { ص ، ك } = ٢

مرتين

ف			
ف	ص	ص	٤
	ص	ك	
	ك	ص	
	ك	ك	

ثلاث مرات

ف				
ف	ص	ص	ص	٨
	ص	ص	ك	
	ص	ك	ص	
	ص	ك	ك	
	ك	ص	ص	
	ك	ص	ك	
	ك	ك	ص	
	ك	ك	ك	

بعض المصطلحات الهامة

المصطلح	معناه
كذا فأكثر	العدد وما بعده
كذا على الأقل	العدد وما بعده
كذا فأقل	العدد وما قبله
كذا على الأكثر	العدد وما قبله
أكبر من كذا	ما بعده
أكثر من كذا	ما بعده
أصغر من كذا	ما قبله
أقل من كذا	ما قبله
كذا	العدد نفسه فقط
كذا فقط	العدد نفسه فقط
مجموعهما	حاصل جمع العددين
الفرق بينهما	حاصل طرح الرقمين
الفرق المطلق	حاصل طرح الرقمين دون مراعاة الإشارة

(٢) فضاء العينة لزهرة النرد

مرة واحدة

ف = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ } = ٦

مرتين

ف		١	٢	٣	٤	٥	٦	
ف	١	١،١	٢،١	٣،١	٤،١	٥،١	٦،١	٣٦
	٢	١،٢	٢،٢	٣،٢	٤،٢	٥،٢	٦،٢	
	٣	١،٣	٢،٣	٤،٣	٤،٤	٥،٣	٦،٣	
	٤	١،٤	٢،٤	٣،٤	٤،٤	٥،٤	٦،٤	
	٥	١،٥	٢،٥	٣،٥	٤،٥	٥،٥	٦،٥	
	٦	١،٦	٢،٦	٣،٦	٤،٦	٥،٦	٦،٦	

نظرى

الإحتمال : هو نسبة تحقق الحدث
وتتراوح قيمته (صفر ≤ ح ≤ ١)

التجربة العشوائية : هى تجربة معلـوم جميع نواتجها مقدما ولكن لا يمكن معرفة نتيجة التجربة مقدما قبل إجرائها

فراغ (فضاء) العينة : هى مجمـــوعة النواتج الممكنة ويرمز له بالرمز ف

الحدث : هى مجموعة جزئية من فضاء العينة

أنواع الأحداث :

١ـ الأحداث المتنافية : وقوع حدث معين يمنع وقـوع الأحداث الأخرى

٢ـ الأحداث غيرالمتنافية : وقوع حـدث معين لا يمنع وقوع باقى الأحداث

٣ـ الحدث المؤكد : هو المؤكد حدوثه والذى عناصره تســـاوى عناصر فضاء العينة وقيمته = ١

٤ـ الحدث المستحيل : هو الحدث الذى لا يمكن وقوعه وقيمته = صفـر أو Ø (فاى)

٥ـ الحدث المحتمل : هو الحدث الذى يمكن وقوعـه أو عدم وقوعه

العدد الأولى : هو العدد الذى يقبل القسمة على نفســه فقط (ملحوظة ما عدا الواحد الصحيح)



قوانين الإحتمالات

الرمز	المعنى	القانون
الإتحاد ح(أ ∪ب)	إحتمال وقوع الحدث (أ) أو وقوع الحدث (ب) أو إحتمال وقوع أى من الحدثين أو إحتمال وقوع أحد الحدثين على الأقل	= ح(أ) + ح(ب) – ح(أ∩ب)
التقاطع ح(أ ∩ب)	إحتمال وقوع الحدث (أ) و وقوع الحدث (ب) أو إحتمال وقوع الحدثين (أ) و (ب) معا	= ح(أ) + ح(ب) – ح(أ∪ب)
ح(أ - ب) ح(أ ∩ب/) ح(ب/∩ أ)	إحتمال وقوع الحدث (أ) فقط أو إحتمال وقوع الحدث (أ) و عدم وقوع الحدث (ب)	= ح(أ) – ح(أ∩ب)
ح(ب - أ) ح(ب∩ أ/) ح(أ/∩ ب)	إحتمال وقوع الحدث (ب) فقط أو إحتمال وقوع الحدث (ب) و عدم وقوع الحدث (أ)	= ح(ب) – ح(أ∩ب)
ح(أ/)	إحتمال عدم وقوع الحدث (أ)	= ١ – ح(أ)
ح(ب/)	إحتمال عدم وقوع الحدث (ب)	= ١ – ح(ب)
ح(أ/ ∪ب/)	إحتمال عدم وقوع الحدث (أ) أو عدم وقوع الحدث (ب)	= ١ – ح(أ ∩ب)
ح(أ ∪ب)/	إحتمال عدم وقوع أى من الحدثين	= ١ – ح(أ ∪ب)
ح(أ/ ∩ب/)	إحتمال عدم وقوع الحدث (أ) و عدم وقوع الحدث (ب)	= ١ – ح(أ ∪ب)
ح(أ ∩ب)/	إحتمال عدم وقوع الحدث (أ) و (ب) معا	= ١ – ح(أ ∩ب)
[ح(أ - ب) ∪ ح(ب - أ)]	إحتمال وقوع الحدث (أ) فقط أو وقوع الحدث (ب) فقط	= ح(أ ∪ب) – ح(أ ∩ب)





التوزيع الطبيعى

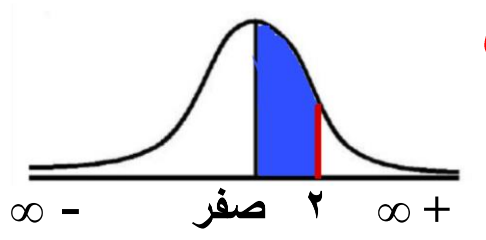
أولا : التوزيع الطبيعى المعيارى :

الحالة الأولى : حالة القيمتين :

مث (١) ال :

أوجد : ح (صفر ≤ ص ≤ ٢)

الحــل

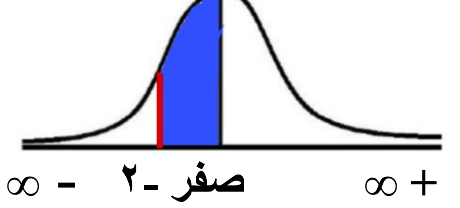


الإحتمال المطلوب = .٤٧٧٢

مث (٢) ال :

أوجد : ح (–٢ ≤ ص ≤ صفر)

الحــل :

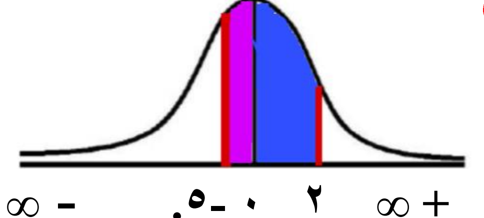


الإحتمال المطلوب = .٤٧٧٢

مث (٣) ال :

أوجد : ح (– ١ ≤ ص ≤ ٢)

الحــل



الإحتمال المطلوب = .٣٤١٣ + .٤٧٧٢

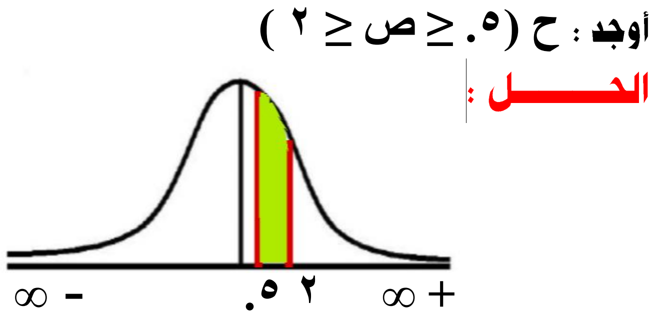
= .٨١٨٥



مث (٤) ال :

أوجد : ح (.٥ ≤ ص ≤ ٢)

الحــل :



الإحتمال المطلوب = .٤٧٧٢ – .١٩١٥

= .٢٨٥٧

جدول المساحات				
ص	صفر	.٥	١	٢
المساحة	صفر	.١٩١٥	.٣٤١٣	.٤٧٧٢

تـ (١) دريب :

أوجد : ح (صفر ≤ ص ≤ ٢,٢)

تـ (٢) دريب :

أوجد : ح (صفر ≤ ص ≤ ٢,٨٣)

تـ (٣) دريب :

أوجد : ح (- ١ ≤ ص ≤ صفر)

تـ (٤) دريب :

أوجد : ح (- ٣ ≤ ص ≤ صفر)

تـ (٥) دريب :

أوجد : ح (- ١ ≤ ص ≤ ١,٥)

تـ (٦) دريب :

أوجد : ح (- ١ ≤ ص ≤ ٢,٥)

تـ (٧) دريب :

أوجد : ح (.٦ ≤ ص ≤ ٣)

تـ (٨) دريب :

أوجد : ح (.٨ ≤ ص ≤ ٢,٦٣)

تـ (١) مرين :

أوجد : ح (صفر ≤ ص ≤ ١)

تـ (٢) مرين :

أوجد : ح (صفر ≤ ص ≤ ٢,٧٥)

تـ (٣) مرين :

أوجد : ح (-١,٥ ≤ ص ≤ صفر)

تـ (٤) مرين :

أوجد : ح (-١,٨ ≤ ص ≤ صفر)

تـ (٥) مرين :

أوجد : ح (-١,٨ ≤ ص ≤ ٢,٥٣)

تـ (٦) مرين :

أوجد : ح (-١,٤ ≤ ص ≤ ٢)

تـ (٧) مرين :

أوجد : ح (.٤ ≤ ص ≤ ٢,٥)

تـ (٨) مرين :

أوجد : ح (.٧ ≤ ص ≤ ٢,٤٥)



ص	صفر	.٤	.٥	.٦	.٧	.٨	١
المساحة	صفر	.١٥٥٤	.١٩١٥	,٢٢٥٩	.٢٥٨٠	.٢٨٨١	.٣٤١٣

ص	١,٤	١,٥	١,٨	٢	٢,٢	٢,٤٥	٢,٥
المساحة	.٤١٩٢	.٤٣٣٢	.٤٦٤١	.٤٧٧٢	.٤٨٦١	.٤٩٢٩	.٤٩٣٨

ص	٢,٥٣	٢,٦٣	٢,٧٥	٢,٨٣
المساحة	.٤٩٤٣	.٤٩٥٧	.٤٩٧٠	.٤٩٧٧



تابع التوزيع الطبيعى

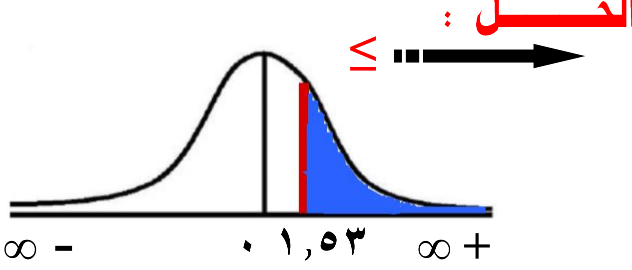
الحالة الثانية : حالة القيمة الواحدة :

مثـال (١) :

أوجد : ح (ص ≤ ١,٥٣)

الحـــــل :

≤



∞ -   ٠ ١,٥٣   ∞ +

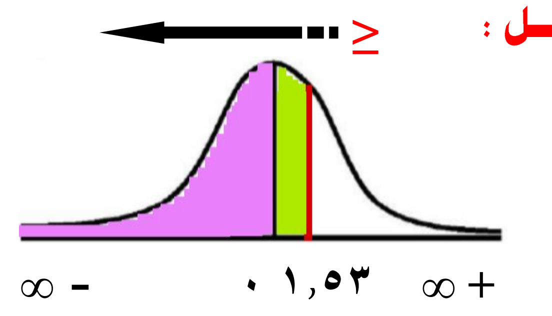
الإحتمال المطلوب = .٥ - .٤٣٧٠ = .٠٦٣

مثـال (٢) :

أوجد : ح (ص ≥ ١,٥٣)

الحـــــل :

≥



∞ -   ٠ ١,٥٣   ∞ +

الإحتمال المطلوب = .٥ + .٤٣٧٠ = .٩٣٧٠

مثـال (٣) :

أوجد : ح (ص ≥ - .٨٤)

الحـــــل :

≥

∞ -   .٨٤ - ٠   ∞ +

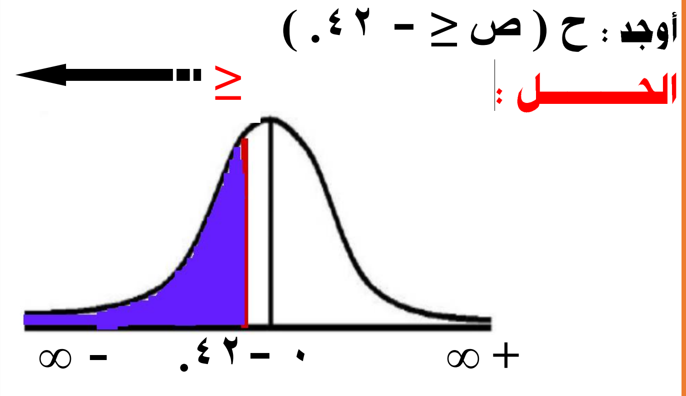
الإحتمال المطلوب = .٥ -.٢٩٩٥ = .٢٠٠٥

مثـال (٤) :

أوجد : ح (ص ≥ - .٤٢)

الحـــــل :

≥



∞ -   .٤٢ - ٠   ∞ +

الإحتمال المطلوب = .٥ -.١٦٢٨ = .٣٣٧٢

جدول المساحات				
ص	صفر	.٤٢	.٨٤	١,٥٣
المساحة	صفر	.١٦٢٨	.٢٩٩٥	.٤٣٧٠

تـدريب (١) :

أوجد : ح (ص ≤ ١,٦٢)

تـدريب (٢) :

أوجد : ح (ص ≤ ١,٥٦)

تـدريب (٣) :

أوجد : ح (ص ≥ - .٥٤)

تـدريب (٤) :

أوجد : ح (ص ≥ - .٦٣)

تـدريب (٥) :

أوجد : ح (ص ≥ ٢,٢٥)

تـدريب (٦) :

أوجد : ح (ص ≥ ٢,٤٥)

تـدريب (٧) :

أوجد : ح (ص ≤ - .٦٢)

تـدريب (٨) :

أوجد : ح (ص ≤ - .٥٢)

تـ (١) مرين :

أوجد : ح (ص ≤ ١,٩٣)

تـ (٢) مرين :

أوجد : ح (ص ≤ ١,٨٢)

تـ (٣) مرين :

أوجد : ح (ص ≥ ٢,٧٥)

تـ (٤) مرين :

أوجد : ح (ص ≥ ٢,٨٦)

تـ (٥) مرين :

أوجد : ح (ص ≥ - .٧٦)

تـ (٦) مرين :

أوجد : ح (ص ≥ - .٧٢)

تـ (٧) مرين :

أوجد : ح (ص ≤ - .٨٢)

تـ (٨) مرين :

أوجد : ح (ص ≤ - .٩٢)



ص	.٥٢	.٥٤	.٦٢	.٦٣	.٧٢	.٧٦	.٨٢
المساحة	.١٩٨٥	.٢٠٥٤	.٢٣٢٤	.٢٣٥٧	.٢٦٤٢	.٢٦٦٤	.٢٩٣٩

ص	.٩٢	١,٦٢	١,٨٢	١,٩٣	٢,٢٥	٢,٤٥	٢,٧٥
المساحة	.٣٢١٢	.٤٤٧٤	.٤٦٥٦	.٤٧٣٢	.٤٨٧٨	.٤٩٢٩	.٤٩٧٠

ص	٢,٨٦
المساحة	.٤٩٧٩

التوزيع غير الطبيعى

مثال (١) :

إذا كان (س) متغير عشوائى يتبع توزيعا طبيعيا وسطه الحسابى = ٥٠ وإنحرافه المعيارى = ٥

أوجد الإحتمالات الآتية :

١) ح (س ≤ ٦٠)

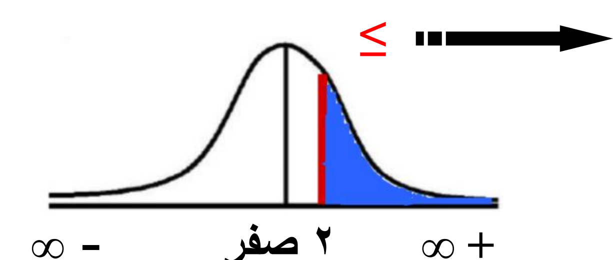
٢) ح (س ≥ ٦٠)

الحل :

١) ح (ص ≤ $\frac{٦٠-٥٠}{٥}$)

ح (ص ≤ ٢)

≤ ⟵



- ∞ صفر ٢ + ∞

الإحتمال المطلوب = ‎.٥ - ‎.٤٧٧٢

= ‎.٠٢٢٨

٢) ح (ص ≥ $\frac{٦٠-٥٠}{٥}$)

ح (ص ≥ ٢)



- ∞ صفر ٢ + ∞

الإحتمال المطلوب = ‎.٥ + ‎.٤٧٧٢

= ‎.٩٧٧٢

جدول المساحات	ص	٢
	المساحة	‎.٤٧٧٢

مثال (٢) :

إذا كان (س) متغير عشوائى يتبع توزيعا طبيعيا وسطه الحسابى = ٥٠ وإنحرافه المعيارى = ٥

أوجد الإحتمالات الآتية :

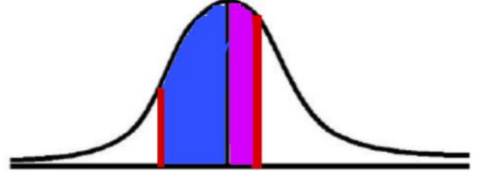
١) ح (٤٠ ≤ س ≤ ٥٥)

٢) ح (٥٥ ≤ س ≤ ٦٠)

الحل :

١) ح ($\frac{٤٠-٥٠}{٥}$ ≤ ص ≤ $\frac{٥٥-٥٠}{٥}$)

ح (-٢ ≤ ص ≤ ١)



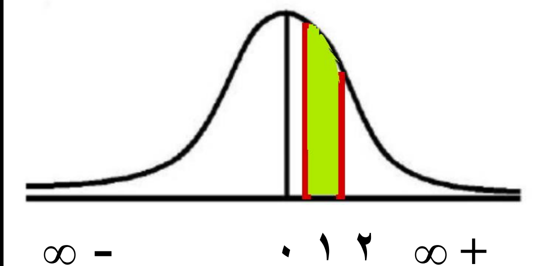
- ∞ -٢ ٠ ١ + ∞

الإحتمال المطلوب = ‎.٤٧٧٢ + ‎.٣٤١٣

= ‎.٨١٨٥

٢) ح ($\frac{٥٥-٥٠}{٥}$ ≤ ص ≤ $\frac{٦٠-٥٠}{٥}$)

ح (١ ≤ ص ≤ ٢)



- ∞ ٠ ١ ٢ + ∞

الإحتمال المطلوب = ‎.٤٧٧٢ - ‎.٣٤١٣

= ‎.١٣٥٩

جدول المساحات	ص	١	٢
	المساحة	‎.٣٤١٣	‎.٤٧٧٢



تـ (١) دريب :

إذا كان (س) متغير عشوائى يتبع توزيعا طبيعيا وسطه الحسابى = ٣٩ وإنحرافه المعيارى = ٣

أوجد الإحتمالات الآتية :

١) ح (س ≤ ٤٢)
٢) ح (س ≤ ٤٥)
٣) ح (س ≥ ٤٨)

تـ (٢) دريب :

إذا كان (س) متغير عشوائى يتبع توزيعا طبيعيا وسطه الحسابى = ٢٥ وإنحرافه المعيارى = ٥

أوجد الإحتمالات الآتية :

١) ح (١٥ ≤ س ≤ ٣٠)
٢) ح (٣٠ ≤ س ≤ ٣٥)

تـ (٣) دريب :

إذا كان عـــدد الطلاب فى كلية التجارة ٢٠٠٠ طالب أطوالهم تتبع توزيعا طبيعيا وســطه الحسابى ١٦٠ سم بإنحراف معيارى ٢٠

أوجد :

إحتمال أن يكون طالب طوله أصغرأو يساوى ١٨٠ سم

تـ (١) مرين :

إذا كان (س) متغير عشـــــوائى يتبع توزيعا طبيعيا وسطه الحسابى = ١٥٠ وتباينه = ٣٦

المطلوب إيجاد :

١) ح (س ≤ ١٥٠)
٢) ح (س ≤ ١٥٩)
٣) ح (س ≥ ١٦٥)



تـ (٢) مرين :

إذا كان (س) متغير عشوائى يتبع توزيعا طبيعيا وسطه الحسابى = ١٠ وتباينه = ٤

المطلوب إيجاد :

١) ح (٦ ≤ س ≤ ١٧)
٢) ح (١٢ ≤ س ≤ ١٦)

تـ (٣) مرين :

إذا كان عدد الطلاب فى كلية التجـــارة ١٠٠٠ طالب أطوالهم تتبع توزيعا طبيعيا وسطه الحسابى ١٧٠ سم بإنحراف معيارى ٢٠

أوجد إحتمال :

أن يكون طالب طوله أصغرأو يساوى ١٩٠ سم



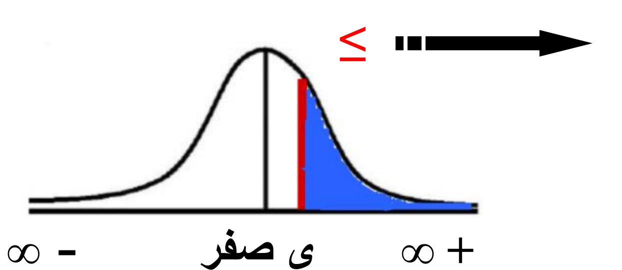
إيجاد قيمة (ى)

مثـ (١) ـال :

إذا كان : ح (ص ≤ ى) = ٢٠٣٣.

المطلوب إيجاد قيمة (ى)

الحـــــل :



قيمة الإحتمال المقابل بالجدول لقيمة (ى)

قيمة الإحتمال = ٥. – ٢٠٣٣. = ٢٩٦٧.

بالبحث عنه بالجدول نجده تحت ٨٣.

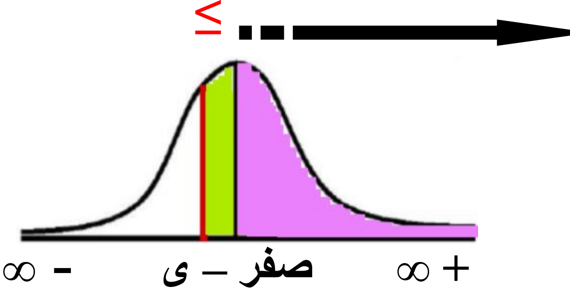
إذن قيمة (ى) = + ٨٣.

مثـ (٢) ـال :

إذا كان : ح (ص ≤ ى) = ٧٩٦٧.

المطلوب إيجاد قيمة (ى)

الحـــــل :



قيمة الإحتمال المقابل بالجدول لقيمة (ى)

قيمة الإحتمال = ٧٩٦٧. – ٥. = ٢٩٦٧.

بالبحث عنه بالجدول نجده تحت ٨٣.

إذن قيمة (ى) = – ٨٣.



تـ (١) دريب :

إذا كان : ح (ص ≤ ى) = ٢٦١١.

المطلوب إيجاد قيمة (ى)

تـ (٢) دريب :

إذا كان : ح (ص ≤ ى) = ٩١٩٢.

المطلوب إيجاد قيمة (ى)

تـ (٣) دريب :

إذا كان : ح (ص ≤ ى) = ٩٨٩٣.

المطلوب إيجاد قيمة (ى)

تـ (١) مرين :

إذا كان : ح (ص ≤ ى) = ١٩٧٧.

المطلوب إيجاد قيمة (ى)

تـ (٢) مرين :

إذا كان : ح (ص ≤ ى) = ٢٢٩٦.

المطلوب إيجاد قيمة (ى)

تـ (٣) مرين :

إذا كان : ح (ص ≤ ى) = ٩٩٧٤.

المطلوب إيجاد قيمة (ى)



خامسا : أسئلة إمتحانات سابقة :

عام ٢٠١١ دور أول :

س٥ :

(أ) إذا كان (س) متغير عشوائى يتبع توزيعا طبيعيا بمتوسط M = ٤٥ وإنحرافه المعيارى = ٣

أوجد : ح (س ≤ ٤٨)

س٦: (أ) أوجد : ح (٠.٥ ≤ ص ≤ ٢)

عام ٢٠١١ دور ثان :

س٤ :

(ب) إذا كان (س) متغير عشـــــوائى يتبع توزيعا طبيعيا وسطه = ٤٥ وإنحرافه المعيارى = ٣

أوجد : ح (س ≤ ٤٨)

س٥ :

(أ) إذا كان (س) متغير عشوائى يتبع توزيعا طبيعيا وسطه ٥٠ وإنحرافه المعيارى = ٥

أوجد : ح (س ≤ ٦٠)

عام ٢٠١٢ دور أول :

س٢ :

(أ) أوجد :

(١) ح (٠.٥ ≤ ص ≤ ٢)

(٢) ح (ص ≤ ١,٥٣)

(ب) إذا كان عدد الطـــــلاب فى كلية الشرطة ١٠٠٠ طالب أطوالهم تتبع توزيعا طبيعيا وســـــطه الحسابى ١٧٠ سم بإنحراف معيارى ٢٠

أوجد :

إحتمـــال أن يكون طالب طوله أصغر من ١٩٠ سم



عام ٢٠١٢ دور ثان :

س٢ :

(أ) أوجد :

(١) ح (-١ ≤ ص ≤ ٢)

(٢) ح (ص ≤ ١,٥٣)

(ب) إذا كان (س) متغير عشـــــوائى يتبع توزيعا طبيعيا وسطه الحسابى ٥٠ وإنحرافه المعيارى ٣٦ أوجد : ح (س ≤ ١٦٠)

عام ٢٠١٣ دور أول :

س٢ :

(أ) أوجد :

(١) ح (٠.٥ ≤ ص ≤ ٢)

(٢) ح (ص ≤ - ٠.٤٢)

(ب) متغير عشـــــوائى يتبع توزيعا طبيعيا وسطه الحسابى ١٦٠ وتباينه ٥

أوجد الإحتمالات الآتية :

(١) ح (ص ≤ ٦٠)

(٢) ح (٥٥ ≤ ص ≤ ٦٠)

عام ٢٠١٣ دور ثان :

س٢ :

(أ) أوجد : ح (-١,٢١ ≤ ص ≤ ١,٢١)

(ب) إذا كان عدد الطلاب فى كلية الشـــــرطة ١٠٠٠ طالب أطوالهم تتبع توزيعا طبيعيا وســــطه الحسابى ١٦٠ سم بإنحـــراف معيارى ٤٠

أوجد :

إحتمال أن يكون طالب طوله أكبر من ١٨٠ سم



عام ٢٠١٤ دور أول :

س٢ :

(أ) بإستخدام جدول المساحات أوجد كل من :

(١) ح (ص ≤ ١)

(٢) ح (٠.٥ ≤ ص ≤ ١,٥)

(ب) إذا علمت أن عدد الطلبه ٢٠٠٠ طالب وكانت أطوالهم تتبع توزيعا طبيعيا وسطه الحسابى ١٦٥ سم بإنحراف معيارى ٥ سم

أوجد :

١- إحتمال أن يزيد طول الطالب عن ١٧٥ سم

٢- النسبة المئوية للطلاب الذين تتراوح أطوالهم بين ١٦٠ سم ، ١٧٢,٥ سم

عام ٢٠١٤ دور ثان :

س٢ :

(أ) بإستخدام جدول المساحات أوجد كل من :

(١) ح (صفر ≤ ص ≤ ٢)

(٢) ح (ص ≥ ١,٥)

(ب) إذا كان (س) متغير عشوائى يتبع توزيعا طبيعيا وسطه الحسابى ٣٥ وتباينه ٩

أوجد : ح (س ≥ ٣٢)

ح (٢٩ ≤ س ≤ ٣٨)

عام ٢٠١٥ دور أول :

س٢ :

(أ) بإستخدام جدول المساحات تحت المنحنى الطبيعى أوجد :

(١) ح (- ٢ ≤ ص ≤ ١)

(٢) ح (ص ≤ ى) = ٠.٠٢٢٨

أوجد قيمة (ى)

(ب) إذا كان (س) متغير عشوائى يتبع التوزيع الطبيعى المعتدل بمتوسط حسابى قدره ٣٥ وإنحراف معيارى ٤

أوجد : ح (س ≤ ٦٠)

عام ٢٠١٥ دور ثان :

س٢ :

(ب) بإستخدام جدول المساحات أوجد كل من :

(١) ح (ص ≤ ٢)

(٢) ح (- ٠.٦ ≤ ص ≤ ١,٥)

س٣ :

(أ) أوجد قيمة (ى) إذا علمت أن :

ح (ص ≤ ى) = ٠.١٥٨٧

(ب) إذا علمت أن عدد الطلبه بكلية التجارة عين شمس ٥٠٠٠ طالب وكان متوسط أوزان الطلاب يتبع التوزيع الطبيعى بمتوسط حسابى ٦٠ كيلو جرام بتباين قدره ٩ كيلو جرام

إحسب : عدد الطلبة الذين تزيد أوزانهم عن ٦٣ كيلو جرام

عام ٢٠١٦ دور أول :

س٢ :

(أ) بإستخدام جدول المساحات تحت المنحنى الطبيعى أوجد :

(١) ح (٠.٥ ≤ ص ≤ ٢)

(٢) قيمة (ى) التى تحقق :

ح (ص ≤ ى) = ٠.٠٩٦٨

(ب) إذا كان (س) متغير عشوائى يتبع التوزيع الطبيعى المعتدل وسطه الحسابى = ٦٠ وتباينه = ٣٦

أوجد : (١) ح (س ≤ ٧٢)

(٢) ح (٥١ ≤ س ≤ ٦٦)

س٤ :

(أ) أكمل ما يلى :

التوزيع الطبيعى المعيارى وسطه = ...

وإنحرافه المعيارى = ...

عام ٢٠١٦ دور ثان :

س٢ :

(أ) بإستخدام جـــدول المساحات تحت المنحنى الطبيعى أوجد :

(١) ح (ص ≥ - ٢)

(٢) ح (- ٠.٥ ≥ ص ≥ ٢)

(ب) إذا كان (س) متغير عشـــوائى يتبع التوزيع الطبيعى المعتدل بمتوسـط حسابى = ٣٢ وإنحراف معيارى = ٤

أوجد : (١) ح (س ≤ ٣٨)

(٢) ح (٣٢ ≥ س ≥ ٤٠)

عام ٢٠١٧ دور أول :

س٢ :

(أ) بإستخدام جـــدول المساحات تحت المنحنى الطبيعى أوجد :

(١) ح (ص ≥ ١,٥)

(٢) قيمة (ى) التى تحقق :

ح (ص ≥ ى) = ٠.٠٥٤٨

(ب) إذا كان (س) متغير عشـــوائى يتبع التوزيع الطبيعى بوسط حسابى ٣٧ وإنحراف معيارى ٤ أوجد : ح (٣١ ≥ س ≥ ٣٩)

عام ٢٠١٧ دور ثان :

س٥ :

(ب) بإستخدام جـــدول المساحات تحت المنحنى الطبيعى أوجد : (١) ح (ص ≤ ٢)

(٢) ح (- ١ ≥ ص ≥ ١,٥)

س٦ :

(ب) إذا كان (س) متغيرعشـــوائى يتبع التوزيع الطبيعى بمتوسط حســـابى قدره ٥٢ وإنحراف معيارى ٦ أوجد :

(١) ح (س ≤ ٥٨)

(٢) ح (٤٩ ≥ س ≥ ٥٨)

عام ٢٠١٨ دور أول :

س٢ :

(ب) بإستخدام جدول المســـاحات تحت المنحنى الطبيعى أوجد :

(١) ح (- ١,٥ ≥ ص ≥ صفر)

(٢) قيمة (ى) التى تحقق :

ح (ص ≤ ى) = ٠.٠١٠٧

س٣ : إذا علمت أن أوزان الطلاب بإحـــدى المدارس التجارية يتبع التوزيع الطبيعى بمتوســـط حسابى ٥٢ كيلو جرام وإنحـراف معيارى ٤ كيلو جرام أختيرطالب بطريقة عشوائية إحسب :

١- إحتمال أن يزيد وزن الطالب عن ٥٦ كجم

٢- إحتمـــــال أن ينحصر وزن الطالب بين ٥٠ كجم ، ٦٠ كجم

عام ٢٠١٨ دور ثان :

س٢ :

(ب) بإستخدام جـــدول المساحات تحت المنحنى الطبيعى أوجد :

(١) ح (ص ≤ - ٢)

(٢) ح (- ٠.٥ ≥ ص ≥ ١,٥)

س٣ : إذا كان (س) متغير عشـــوائى يتبع التوزيع الطبيعى بوسط حسابى ٤٣ وإنحراف معيارى ٤ أوجد :

(١) ح (س ≤ ٤٩)

(٢) ح (٣٩ ≥ س ≥ ٤٥)



عام ٢٠١٩ دور أول :

س٢ :

(أ) بإستخدام جدول المســـــاحات تحت المنحنى الطبيعى أوجد :

(١) ح (- ٢,١ ≤ ص ≤ ٢)

(٢) قيمة (ى) التى تحقق :

ح (ص ≥ ى) = ٠,٠٢٥

(ب) إذا كان متوسط الأجر الشـهرى لمجموعة مكونة من ٥٠٠ عامل بإحدى الشــركات يتبع توزيعا طبيعيا وســطه الحسابى ١٨٠٠ جنيه وإنحرافه المعيارى ٢٠٠ جنيه

أوجد :

عدد العمال التى تتراوح أجــــورهم بين ١٧٠٠ جنيه ، ٢٢٠٠ جنيه

عام ٢٠١٩ دور ثان :

س١ :

(أ) **أكمل ما يلى :**

(٣) الوسط الحسابى للتوزيع الطبيعى المعيارى هو ....

س٢ :

(أ) بإستخدام جدول المســـــاحات تحت المنحنى الطبيعى أوجد :

(١) ح (صفر ≤ ص ≤ ١)

(٢) ح (ص ≤ ١,٥)

(ب) إذا كان (س) متغيرعشــــوائى يتبع التوزيع الطبيعى بمتوسط حســــابى= ٣٢ و تباين = ٦ **أوجد :**

(١) ح (س ≥ ٣٦)

(٢) ح (٣٠ ≤ س ≤ ٤٠)

عام ٢٠٢٠ دور أول :

س ١ :

(أ) بإستخدام جدول المســـــاحات تحت المنحنى الطبيعى أوجد :

(١) ح (- ٢ ≤ ص ≤ صفر)

(٢)) قيمة (ى) التى تحقق :

ح (ص ≥ ى) = ٠,٦٥٥٤

(ب) إذا كان (س) متغيرعشــــوائى يتبع التوزيع الطبيعى المعتدل بمتوسط حســـابى ٥٣ وإحراف معيارى ٥ **أوجد :**

(١) ح (س ≥ ٦٣)

(٢) ح (٥١ ≤ س ≤ ٥٨)

س٣ :

(أ) **أكمل كل مما يلى :**

(٣) الإنحـــــراف المعيارى للتوزيع الطبيعى المعيارى (القياسى) = ...



سادسا : تذكر : التوزيع الطبيعى المعيارى

التوزيع الطبيعى : يأخذ شكل الجرس

ويتم إحتساب مساحته بإستخدام جدول المساحات و يمثله ص

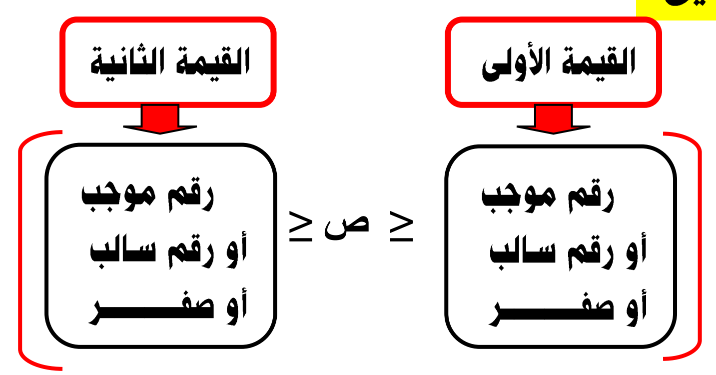
وفيه : الوسط الحسابى = صفر و الإنحراف المعيارى = واحد

والجدول يبدأ من ٠,٠٠ حتى ٣,٥

التوزيع الطبيعى : فيه : الإلتواء = صفر التفرطح = ٣

الوسط الحسابى = الوسيط = المنوال أي أن المنحنى متماثل (معتاد)

أولا : حالة وجود قيمتين :



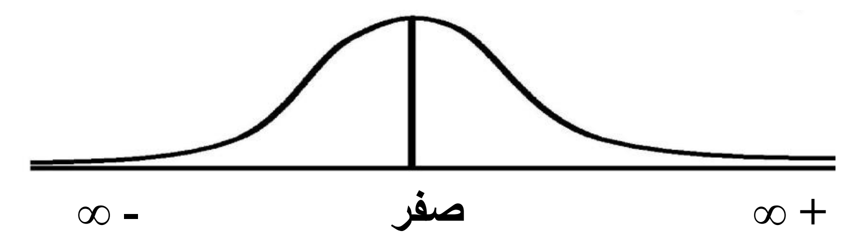
خطوات الحل :

١- الرسم والتحديد والتظليل

وفيها نرسم المنحنى

ونقوم بتحديد القيمة الأولى والقيمة الثانية على الرسم

ونقوم بالتظليل ما بين القيمتين اللتان تم تحديدهما على الرسم

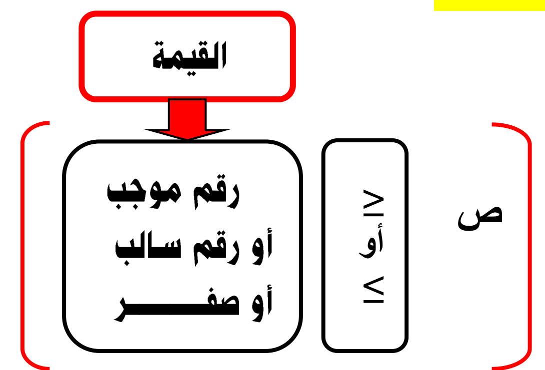


٢- الإحتمال المطلوب = القيمة الجدولية في حالة وجود صفر

أو = جمع القيم الجدولية فى حالة إختلاف إشارة القيمتين فى التمرين

أو = طرح القيم الجدولية فى حالة تشابه إشارة القيمتين فى التمرين

ثانيا : حالة وجود قيمة واحدة :



خطوات الحل :

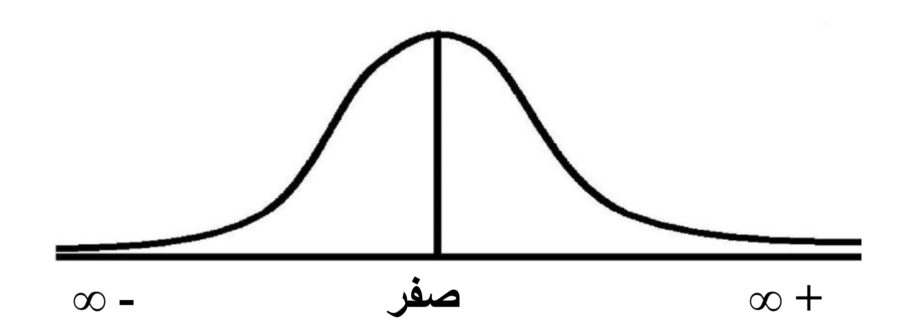
١- الرسم والتحديد والتظليل

وفيها نرسم المنحنى

ونقوم بتحديد القيمة على الرسم

ونقوم بالتظليل بداية من القيمة التى تم تحديدهما على الرسم إلى نهاية الرسم + ∞ (يمين) إذا كانت العلامة ≤

أونقوم بالتظليل بداية من القيمة التى تم تحديدهما على الرسم إلى نهاية الرسم - ∞ (يسار) إذا كانت العلامة ≥



٢-الإحتمال المطلوب = ٠.٥ — في حالة ما إذا كان التظليل لنصف المنحنى فقط على الرسم

أو = ٠.٥ + القيم الجدولية — في حالة ما إذا زاد التظليل عن نصف المنحنى على الرسم

أو = ٠.٥ - القيم الجدولية — في حالة ما إذا قل التظليل عن نصف المنحنى على الرسم





تذكر : التوزيع الطبيعى غير المعيارى

ملحوظة هامة جدا : فى حالة وجود معلومات عن :

الوسط الحســـابى (μ) وتكون قيمته = قيمة غير الصفر

والإنحراف المعيارى (σ) وتكون قيمته = قيمة غير الواحد الصحيح

فإن التوزيع يكون نوعه غير معيارى ولابد من تحويله إلى معيارى وذلك عن طريق معالجة كل رقم من الأرقام المذكورة فى التمرين بالقانون الآتى :

مع μ ، σ ، تغيير رمز (س) إلى (ص) للتحويل إلى معيارى

$$\frac{\text{القيمة المذكورة فى التمرين} - \mu}{\sigma}$$

ملحوظة هامة جدا : فى حالة وجود التباين بدلا من الإنحراف المعيارى (σ)

لابد من تجهيز الإنحراف المعيارى (σ) عن طريق إيجاد الجذر التربيعى للتباين

ملحوظة هامة جدا : بعد الإنتهاء من عملية التحويل من غير معيارى إلى معيارى يتم حل التمرين كما لو أنه حالة من الحالتين السابق شرحهما فى التوزيع الطبيعى المعيارى

تذكر : إيجاد قيمة الدرجة المعيارية (ى) بمعلومية الإحتمال

ملحوظة هامة جدا :

أولا : لابد من تحديد موقع (ى) على الرسم

هل تقع فى الجانب الموجب أم فى الجانب السالب وفقا للقاعدة الآتية :

شكل التمرين	قيمة الإحتمال	
	أقل من ٠.٥	أكبر من ٠.٥
ح (ص $\leq$ ى)	الجانب الموجب	الجانب السالب
ح (ص $\geq$ ى)	الجانب السالب	الجانب الموجب

ثانيا : الرسم والتحديد والتظليل كما تم شرحه فيما سبق

ثالثا : إيجاد قيمة الإحتمال الذى يقابل قيمة (ى) بأحد القانونين الآتيين :

٠.٥ – قيمة الإحتمال   إذا كان الإحتمال أقل من ٠.٥

قيمة الإحتمال – ٠.٥   إذا كان الإحتمال أكبر من ٠.٥

رابعا : البحث عن الناتج الذى توصلنا له فى ثالثا بجدول المساحات للوصول إلى قيمة (ى) ونقول

\+ كذا إذا كانت (ى) تقع بالجانب الموجب على الرسم

أو – كذا إذا كانت (ى) تقع بالجانب السالب على الرسم







جدول المساحات
أسفل المنحنى الطبيعى المعيارى

ص	٠,٠٠	٠,٠١	٠,٠٢	٠,٠٣	٠,٠٤	٠,٠٥	٠,٠٦	٠,٠٧	٠,٠٨	٠,٠٩
٠,٠	٠,٠٠٠٠	٠,٠٠٤٠	٠,٠٠٨٠	٠,٠١٢٠	٠,٠١٦٠	٠,٠١٩٩	٠,٠٢٣٩	٠,٠٢٧٩	٠,٠٣١٩	٠,٠٣٥٩
٠,١	٠,٠٣٩٨	٠,٠٤٣٨	٠,٠٤٧٨	٠,٠٥١٧	٠,٠٥٥٧	٠,٠٥٩٦	٠,٠٦٣٦	٠,٠٦٧٥	٠,٠٧١٤	٠,٠٧٥٣
٠,٢	٠,٠٧٩٣	٠,٠٨٣٢	٠,٠٨٧١	٠,٠٩١٠	٠,٠٩٤٨	٠,٠٩٨٧	٠,١٠٢٦	٠,١٠٦٤	٠,١١٠٣	٠,١١٤١
٠,٣	٠,١١٧٩	٠,١٢١٧	٠,١٢٥٥	٠,١٢٩٣	٠,١٣٣١	٠,١٣٦٨	٠,١٤٠٦	٠,١٤٤٣	٠,١٤٨٠	٠,١٥١٧
٠,٤	٠,١٥٥٤	٠,١٥٩١	٠,١٦٢٨	٠,١٦٦٤	٠,١٧٠٠	٠,١٧٣٦	٠,١٧٧٢	٠,١٨٠٨	٠,١٨٤٤	٠,١٨٧٩
٠,٥	٠,١٩١٥	٠,١٩٥٠	٠,١٩٨٥	٠,٢٠١٩	٠,٢٠٥٤	٠,٢٠٨٨	٠,٠٢٣٩	٠,٢١٥٧	٠,٢١٩٠	٠,٢٢٢٤
٠,٦	٠,٢٢٥٩	٠,٢٢٩١	٠,٢٣٢٤	٠,٢٣٥٧	٠,٢٣٨٩	٠,٢٤٢٢	٠,٢٤٥٤	٠,٢٤٨٦	٠,٢٥١٧	٠,٢٥٤٩
٠,٧	٠,٢٥٨٠	٠,٢٦١١	٠,٢٦٤٢	٠,٢٦٧٣	٠,٢٧٠٤	٠,٢٧٣٤	٠,٢٧٦٤	٠,٢٧٩٤	٠,٢٨٢٣	٠,٢٨٥٢
٠,٨	٠,٢٨٨١	٠,٢٩١٠	٠,٢٩٣٩	٠,٢٩٦٧	٠,٢٩٩٥	٠,٣٠٢٣	٠,٣٠٥١	٠,٣٠٧٨	٠,٣١٠٦	٠,٣١٣٣
٠,٩	٠,٣١٥٩	٠,٣١٨٦	٠,٣٢١٢	٠,٣٢٣٨	٠,٣٢٦٤	٠,٣٢٨٩	٠,٣٣١٥	٠,٣٣٤٠	٠,٣٣٦٥	٠,٣٣٨٩
١,٠	٠,٣٤١٣	٠,٣٤٣٨	٠,٣٤٦١	٠,٣٤٨٥	٠,٣٥٠٨	٠,٣٥٣١	٠,٣٥٥٤	٠,٣٥٧٧	٠,٣٥٩٩	٠,٣٦٢١
١,١	٠,٣٦٤٣	٠,٣٦٦٥	٠,٣٦٨٦	٠,٣٧٠٨	٠,٣٧٢٩	٠,٣٧٤٩	٠,٣٧٧٠	٠,٣٧٩٠	٠,٣٨١٥	٠,٣٨٣٠
١,٢	٠,٣٨٤٩	٠,٣٨٦٩	٠,٣٨٨٨	٠,٣٩٠٧	٠,٤٠٩٩	٠,٣٩٤٤	٠,٣٩٦٢	٠,٣٩٨٠	٠,٣٩٩٧	٠,٤٠١٥
١,٣	٠,٤٠٣٢	٠,٤٠٤٩	٠,٤٠٦٦	٠,٤٠٨٢	٠,٤٠٩١	٠,٤١١٥	٠,٤١٣١	٠,٤١٤٧	٠,٤١٦٢	٠,٤١٧٧
١,٤	٠,٤١٩٢	٠,٤٢٠٧	٠,٤٢٢٢	٠,٤٢٣٦	٠,٤٢٥١	٠,٤٢٦٥	٠,٤٢٧٩	٠,٤٢٩٢	٠,٤٣٠٦	٠,٤٣١٩
١,٥	٠,٤٣٣٢	٠,٤٣٤٥	٠,٤٣٥٧	٠,٤٣٧٠	٠,٤٣٨٢	٠,٤٣٩٤	٠,٤٤٠٦	٠,٤٤١٨	٠,٤٤٢٩	٠,٤٤٤١
١,٦	٠,٤٤٥٢	٠,٤٤٦٣	٠,٤٤٧٤	٠,٤٤٨٤	٠,٤٤٩٥	٠,٤٥٠٥	٠,٤٥١٥	٠,٤٥٢٥	٠,٤٥٣٥	٠,٤٥٤٥
١,٧	٠,٤٥٥٤	٠,٤٥٦٤	٠,٤٥٧٣	٠,٤٥٨٢	٠,٤٥٩١	٠,٤٥٩٩	٠,٤٦٠٨	٠,٤٦١٦	٠,٤٦٢٥	٠,٤٦٣٣
١,٨	٠,٤٦٤١	٠,٤٦٤٩	٠,٤٦٥٦	٠,٤٦٦٤	٠,٤٦٧١	٠,٤٦٧٨	٠,٤٦٨٦	٠,٤٦٩٣	٠,٤٦٩٩	٠,٤٧٠٦
١,٩	٠,٤٧١٣	٠,٤٧١٩	٠,٤٧٢٦	٠,٤٧٣٢	٠,٤٧٣٨	٠,٤٧٤٤	٠,٤٧٥٠	٠,٤٧٥٦	٠,٤٧٦١	٠,٤٧٦٧
٢,٠	٠,٤٧٧٢	٠,٤٧٧٨	٠,٤٧٨٣	٠,٤٧٨٨	٠,٤٧٩٣	٠,٤٧٩٨	٠,٤٨٠٣	٠,٤٨٠٨	٠,٤٨١٢	٠,٤٨١٧
٢,١	٠,٤٨٢١	٠,٤٨٢٦	٠,٤٨٣٠	٠,٤٨٣٤	٠,٤٨٣٨	٠,٤٨٤٢	٠,٤٨٤٦	٠,٤٨٥٠	٠,٤٨٥٤	٠,٤٨٥٧
٢,٢	٠,٤٨٦١	٠,٤٨٦٤	٠,٤٨٦٨	٠,٤٨٧١	٠,٤٨٧٥	٠,٤٨٧٨	٠,٤٨٨١	٠,٤٨٨٤	٠,٤٨٨٧	٠,٤٨٩٠
٢,٣	٠,٤٨٩٣	٠,٤٨٩٦	٠,٤٨٩٨	٠,٤٩٠١	٠,٤٩٠٤	٠,٤٩٠٦	٠,٤٩٠٩	٠,٤٩١١	٠,٤٩١٣	٠,٤٩١٦
٢,٤	٠,٤٩١٨	٠,٤٩٢٠	٠,٤٩٢٢	٠,٤٩٢٥	٠,٤٩٢٧	٠,٤٩٢٩	٠,٤٩٣١	٠,٤٩٣٢	٠,٤٩٣٤	٠,٤٩٣٦
٢,٥	٠,٤٩٣٨	٠,٤٩٤٠	٠,٤٩٤١	٠,٤٩٤٣	٠,٤٩٤٥	٠,٤٩٤٦	٠,٤٩٤٨	٠,٤٩٤٩	٠,٤٩٥١	٠,٤٩٥٢
٢,٦	٠,٤٩٥٣	٠,٤٩٥٥	٠,٤٩٥٦	٠,٤٩٥٧	٠,٤٩٥٩	٠,٤٩٦٠	٠,٤٩٦١	٠,٤٩٦٢	٠,٤٩٦٣	٠,٤٩٦٤
٢,٧	٠,٤٩٦٥	٠,٤٩٦٦	٠,٤٩٦٧	٠,٤٩٦٨	٠,٤٩٦٩	٠,٤٩٧٠	٠,٤٩٧١	٠,٤٩٧٢	٠,٤٩٧٣	٠,٤٩٧٤
٢,٨	٠,٤٩٧٤	٠,٤٩٧٥	٠,٤٩٧٦	٠,٤٩٧٧	٠,٤٩٧٧	٠,٤٩٧٨	٠,٤٩٧٩	٠,٤٩٧٩	٠,٤٩٨٠	٠,٤٩٨١
٢,٩	٠,٤٩٨١	٠,٤٩٨٢	٠,٤٩٨٢	٠,٤٩٨٣	٠,٤٩٨٤	٠,٤٩٨٤	٠,٤٩٨٥	٠,٤٩٨٥	٠,٤٩٨٦	٠,٤٩٨٦
٣,٠	٠,٤٩٨٧	٠,٤٩٨٧	٠,٤٩٨٧	٠,٤٩٨٨	٠,٤٩٨٨	٠,٤٩٨٩	٠,٤٩٨٩	٠,٤٩٨٩	٠,٤٩٩٠	٠,٤٩٩٠
٣,١	٠,٤٩٩٠	٠,٤٩٩١	٠,٤٩٩١	٠,٤٩٩١	٠,٤٩٩١	٠,٤٩٩٢	٠,٤٩٩٢	٠,٤٩٩٢	٠,٤٩٩٣	٠,٤٩٩٣
٣,٢	٠,٤٩٩٣	٠,٤٩٩٣	٠,٤٩٩٤	٠,٤٩٩٤	٠,٤٩٩٤	٠,٤٩٩٤	٠,٤٩٩٤	٠,٤٩٩٥	٠,٤٩٩٥	٠,٤٩٩٥
٣,٣	٠,٤٩٩٥	٠,٤٩٩٥	٠,٤٩٩٥	٠,٤٩٩٦	٠,٤٩٩٦	٠,٤٩٩٦	٠,٤٩٩٦	٠,٤٩٩٦	٠,٤٩٩٦	٠,٤٩٩٧
٣,٤	٠,٤٩٩٧	٠,٤٩٩٧	٠,٤٩٩٧	٠,٤٩٩٧	٠,٤٩٩٧	٠,٤٩٩٧	٠,٤٩٩٧	٠,٤٩٩٧	٠,٤٩٩٧	٠,٤٩٩٨
٣,٥	٠,٤٩٩٨	٠,٤٩٩٨	٠,٤٩٩٨	٠,٤٩٩٨	٠,٤٩٩٨	٠,٤٩٩٨	٠,٤٩٩٨	٠,٤٩٩٨	٠,٤٩٩٨	٠,٤٩٩٨

البروفسير





العينات

أولا : طريقة التخصيص المتساوى :

مثـــال (١) :

إذا كان مجتمع مقسم إلى الطبقات الأتية :

الطبقة الأولى (م ١) = ٨٠
الطبقة الثانية (م ٢) = ١٥٠
الطبقة الثالثة (م ٣) = ٢٤٠
الطبقة الرابعة (م ٤) = ١٢٠
الطبقة الخامسة (م ٥) = ٦٠

والعينة المطلوبة من ٢٠ مفردة .

المطلوب : عدد المفردات بكل طبقة

الحـــــل :

عدد المفردات من كل طبقة = حجم العينة / عدد الطبقات

عدد المفردات من كل طبقة = ٢٠ / ٥ = ٤ مفردات

ثانيا : طريقة التخصيص النسبى (المتناسب) :

مثـــال (١) :

مجتمع مكون من (٥) طبقات كالآتى :

الطبقة الأولى (م ١) = ١٤٠
الطبقة الثانية (م ٢) = ٢٢٠
الطبقة الثالثة (م ٣) = ٣٢٠
الطبقة الرابعة (م ٤) = ٨٠
الطبقة الخامسة (م ٥) = ١٤٠

المطلوب :

أخذ عينة مكونة من ٩٠ مفردة من المجتمع



الحـــــل :

ن (مفردات العينة من كل طبقة) = حجم الطبقة / مجموع الطبقات × حجم العينة

ن ١ = ١٤٠ / ٩٠٠ × ٩٠ = ١٤

ن ٢ = ٢٢٠ / ٩٠٠ × ٩٠ = ٢٢

ن ٣ = ٣٢٠ / ٩٠٠ × ٩٠ = ٣٢

ن ٤ = ٨٠ / ٩٠٠ × ٩٠ = ٨

ن ٥ = ١٤٠ / ٠٠٩ × ٩٠ = ١٤

تـــدريب (١) :

مجتمع مكون من (٥) طبقات كالآتى :

الطبقة الأولى (م ١) = ٥٠
الطبقة الثانية (م ٢) = ١٠٠
الطبقة الثالثة (م ٣) = ١٥٠
الطبقة الرابعة (م ٤) = ٢٠٠
الطبقة الخامسة (م ٥) = ٣٠٠

المطلوب :

أخذ عينة مكونة من ٨٠ مفردة من المجتمع

تـــدريب (٢) :

مجتمع مكون من (٥) طبقات كالآتى :

الطبقة الأولى (م ١) = ٦٠
الطبقة الثانية (م ٢) = ١٠٠
الطبقة الثالثة (م ٣) = ١٥٠
الطبقة الرابعة (م ٤) = ٤٠
الطبقة الخامسة (م ٥) = ٥٠

المطلوب :

أخذ عينة مكونة من ٢٠ مفردة من المجتمع

تـ (١) مرين :

مجتمع مكون من (٥) طبقات كالآتى :

الطبقة الأولى (م ١) = ٢٥
الطبقة الثانية (م ٢) = ٥٠
الطبقة الثالثة (م ٣) = ٧٥
الطبقة الرابعة (م ٤) = ١٠
الطبقة الخامسة (م ٥) = ١٥٠

المطلوب :

أخذ عينة مكونة من ٤٠ مفردة من المجتمع

تـ (٢) مرين :

مجتمع مكون من (٦) طبقات كالآتى :

الطبقة الأولى (م ١) = ١٠٠
الطبقة الثانية (م ٢) = ١٨٠
الطبقة الثالثة (م ٣) = ١٦٠
الطبقة الرابعة (م ٤) = ١٤٠
الطبقة الخامسة (م ٥) = ٧٠
الطبقة السادسة (م ٦) = ٥٠

المطلوب :

أخذ عينة مكونة من ٩٠ مفردة من المجتمع

ثالثا : طريقة التخصيص الأمثل :

الحالة الأولى : بدون إحتساب التكلفة :

مث (١) ال : من البيانات التالية :

الطبقة	حجم الطبقة م هـ	الإنحراف المعيارى للطبقة σ هـ	تكلفة جمع المفردة ت هـ
أ	١٠٠٠	٤	١٥
ب	٢٠٠٠	٥	٢٠
ج	٣٠٠٠	٦	٣٠
د	٤٠٠٠	٧	٤٠

المطلوب : إيجاد عدد المفردات من كل طبقة لعينة قدرها ٥٠ مفردة بإســتخدام طريقة التخصيص الأمثل في حالة عدم إحتساب التكلفة

الحــــل :

ن هـ (حجم العينة من كل طبقة) =

$$\frac{م هـ \times σ هـ}{مجـ (م هـ \times σ هـ)} \times \text{حجم العينة (ن)}$$

الطبقة	م هـ	σ هـ	م هـ × σ هـ	ن هـ
أ	١٠٠٠	٤	٤٠٠٠	$\frac{٤٠٠٠}{٦٠٠٠٠} \times ٥٠ = ٣$
ب	٢٠٠٠	٥	١٠٠٠٠	$\frac{١٠٠٠٠}{٦٠٠٠٠} \times ٥٠ = ٨$
ج	٣٠٠٠	٦	١٨٠٠٠	$\frac{١٨٠٠٠}{٦٠٠٠٠} \times ٥٠ = ١٥$
د	٤٠٠٠	٧	٢٨٠٠٠	$\frac{٢٨٠٠٠}{٦٠٠٠٠} \times ٥٠ = ٢٤$
			٦٠٠٠٠	٥٠

تـ (١) دريب :

من البيانات التالية :

الطبقة	حجم الطبقة م هـ	الإنحراف المعيارى للطبقة σ هـ	تكلفة جمع المفردة ت هـ
أ	٢٠٠٠	٥	١٠
ب	٤٠٠٠	١٠	٢٠
ج	٦٠٠٠	١٥	٣٠
د	٨٠٠٠	٢٠	٤٠

المطلوب : إيجاد عدد المفردات من كل طبقة لعينة قدرها ٢٠٠ مفردة بإســـــتخدام طريقة التخصيص الأمثل في حالة عدم إحتساب التكلفة

ت (٢) دريب :

الآتى بيانات تمثل نسب حجم الطبقات إلى المجتمع :

أ = ١٨. ب = ٢٤. جـ = ٣٦.

د = ٢٢.

والإنحراف المعيارى لكل طبقة ٤ ، ٦ ، ٨ ، ١٠ على الترتيب فإذا علمت أن حجـــم العينة المطلوبة ١٠٠ مفردة وتكلفة جمع البيانات للمفردة لكل طبقة على الترتيب : ٢٠ ج ، ٣٠ ج ، ١٠ ج ، ١٥ ج

المطلوب : بإستخدام طريقة التخصيص الأمثل أوجد عدد المفردات في كل طبقة لعينة قدرها ٨٠ مفردة بدون إستخدام التكلفة .

ت (١) مرين : من البيانات التالية :

الطبقة	حجم الطبقة م هـ	الإنحراف المعيارى للطبقة σ هـ	تكلفة جمع المفردة ت هـ
أ	١٠٠	٤	٤
ب	٢٠٠	٢	٢
ج	٣٠٠	٦	٦
د	٤٠٠	٥	٥

المطلوب : إيجاد عدد المفردات من كل طبقة لعينة قدرها ١٠٠ مفردة بإســـــتخدام طريقة التخصيص الأمثل في حالة عدم إحتساب التكلفة

ت (٢) مرين :

الطبقة	أ	ب	ج	د
حجم الطبقة م هـ	١٠٠	١٥٠	٢٥٠	٣٠٠
التباين σ^{2} هـ	٤٩	٢٥	٦٤	٣٦

المطلوب :

بإستخدام طريقة التخصيص الأمثل أوجد عدد المفردات في كل طبقة لعينة قدرها ٢٠٠ مفــــــــردة بدون إستخدام التكلفة

ملحوظة هامة :

$$\sigma = \sqrt{\sigma^{2}}$$

الحالة الثانية : بإحتساب التكلفة :

مث (١) ال : من البيانات التالية :

الطبقة	حجم الطبقة م هـ	الإنحراف المعيارى للطبقة σ هـ	تكلفة جمع المفردة ت هـ
أ	٤٠٠٠	١٠	٢٥
ب	٦٠٠٠	٥	٣٦
ج	٧٠٠٠	٤	٤٩
د	٢٠٠٠	٦	١٦

المطلوب : إيجاد عدد المفردات من كل طبقة لعينة قدرها ١٥٠ مفردة بإســـــتخدام طريقة التخصيص الأمثل في حالة إحتساب التكلفة

ن هـ (حجم العينة من كل طبقة) =

$$\left(\frac{م_{هـ} \times \sigma_{هـ}}{\sqrt{ت_{هـ}}} \div مجـ \frac{م_{هـ} \times \sigma_{هـ}}{\sqrt{ت_{هـ}}} \right) \times \text{حجم العينة (ن)}$$

الطبقة	م هـ	σ هـ	م هـ × σ هـ	$\sqrt{ت_{هـ}}$	$\frac{م_{هـ} \times \sigma_{هـ}}{\sqrt{ت_{هـ}}}$
أ	٤٠٠٠	١٠	٤٠٠٠٠	٥	٨٠٠٠
ب	٦٠٠٠	٥	٣٠٠٠٠	٦	٥٠٠٠
ج	٧٠٠٠	٤	٢٨٠٠٠	٧	٤٠٠٠
د	٢٠٠٠	٦	١٢٠٠٠	٤	٣٠٠٠



$ن\ أ = \frac{٨٠٠٠}{٢٠٠٠٠} \times ١٥٠ = ٦٠$
$ن\ ب = \frac{٥٠٠٠}{٢٠٠٠٠} \times ١٥٠ = ٣٨$
$ن\ ج = \frac{٤٠٠٠}{٢٠٠٠٠} \times ١٥٠ = ٣٠$
$ن\ د = \frac{٣٠٠٠}{٢٠٠٠٠} \times ١٥٠ = ٢٢$
١٥٠

ت (١) تدريب :

من البيانات التالية :

الطبقة	حجم الطبقة م هـ	الإنحراف المعيارى للطبقة σ هـ	تكلفة جمع المفردة ت هـ
أ	٤٠٠٠	٢٠	٤٩
ب	٦٠٠٠	١٠	٣٦
ج	٨٠٠٠	٨	١٠٠
د	٢٠٠٠	١٢	١٦

المطلوب : إيجاد عدد المفردات من كل طبقة لعينة قدرها ٢٠٠ مفردة بإستخدام طريقة التخصيص الأمثل في حالة عدم إحتساب التكلفة

ت (٢) تدريب :

الآتى بيانات تمثل نسب حجم الطبقات إلى المجتمع :

أ = ١٧. ب = ٢٥. جـ = ٣٥.

د = ٢٣.

والإنحراف المعيارى لكل طبقة ١٢ ، ٥ ، ٨ ، ١٠ على الترتيب فإذا علمت أن حجم العينة المطلوبة ٥٠ مفردة وتكلفة جمع البيانات للمفردة لكل طبقة على الترتيب : ١٦ ج ، ٩ ج ، ٤ ج ، ٢٥ ج

المطلوب : بإستخدام طريقة التخصيص الأمثل أوجد عدد المفردات في كل طبقة لعينة قدرها ٥٠ مفردة بإستخدام التكلفة .

ت (١) مرين : من البيانات التالية :

الطبقة	حجم الطبقة م هـ	الإنحراف المعيارى للطبقة σ هـ	تكلفة جمع المفردة ت هـ
أ	٢٠٠	٤٠	٢٥
ب	٣٠٠	٢٠	٦٤
ج	٤٠٠	١٦	٩
د	١٠٠	٢٤	٨١

المطلوب : إيجاد عدد المفردات من كل طبقة لعينة قدرها ١٠٠ مفردة بإستخدام طريقة التخصيص الأمثل في حالة إحتساب التكلفة

ت (٢) مرين : من البيانات الآتية

الطبقة	أ	ب	ج	د
حجم الطبقة م هـ	١٢٠	١٨٠	٢٠٠	٤٠٠
التباين $σ^٢$ هـ	١٦	٢٥	٩	٣٦
التكلفة ت هـ	٤٩	٣٦	١٠٠	١٦

المطلوب :

بإستخدام طريقة التخصيص الأمثل أوجد عدد المفردات في كل طبقة لعينة قدرها ٢٠٠ مفردة بإستخدام التكلفة



رابعا : أسئلة إمتحانات سابقة :

عام ٢٠١١ دور أول :

س٥ : (ب) من البيانات التالية :

الطبقة	حجم الطبقة م هـ	الإنحراف المعيارى للطبقة σ هـ	تكلفة جمع المفردة ت هـ
أ	٢٠٠٠	١٠	٤٠
ب	٣٠٠٠	٥	٣٠
ج	٤٠٠٠	٤	٥٠
د	١٠٠٠	٦	١٠

المطلوب : إيجاد عدد المفردات من كل طبقة لعينة قدرها ١٥٠ مفردة بإســــتخدام طريقة التخصيص الأمثل في حالة عدم إستخدام التكلفة

س٦: (ج) أكمل

ن هـ =

(....... × .... / ...... ÷ مجـ .... × .... / ......) × ن

عام ٢٠١١ دور ثان :

س٥ :

(ب) مجتمع مكون من (٥) طبقات بيانها كالآتى :

م ١ = ١٢٠   م ٢ = ٢٠٠

م ٣ = ٣٠٠   م ٤ = ٨٠

م ٥ = ١٠٠

المطلوب :

أخذ عينة مكونة من ٤٠ مفردة من المجتمع .

س٦ : (أ) أكمل :

١) ن هـ = م هـ × σ هـ / .... × ....

٢) من أنواع العينات .... و .... و ....



عام ٢٠١٢ دور أول :

س٣ : (أ)

عرف العينة العشوائية البسيطة ؟ وأذكر مزاياها ؟

س٣ : (ب)

مجتمع مكون من (٥) طبقات بيانها كالآتى :

م ١ = ١٤٠   م ٢ = ٢٢٠

م ٣ = ٣٢٠   م ٤ = ٨٠

م ٥ = ١٤٠

المطلوب :

أخذ عينة مكونة من ٩٠ مفردة من المجتمع .

عام ٢٠١٢ دور ثان :

س٣ : (أ)

هناك أسلوبات لجمع البيانات - ما هما ؟

س٣ : (ب)

مجتمع مكون من (٦) طبقات بيانها كالآتى :

م ١ = ١٠٠   م ٢ = ١٨٠

م ٣ = ١٦٠   م ٤ = ١٤٠

م ٥ = ٧٠   م ٦ = ٥٠

المطلوب :

أخذ عينة مكونة من ٧٠ مفردة من المجتمع .

س٤ : (أ) أكمل :

من طرق إختيار العينة الطبقية طريقة التخصيص الأمثل فى حالة إحتساب التكلفة فإن :

ن هـ =

{ .... × .... / ...... ÷ مجـ .... × .... / ...... } × ن





عام ٢٠١٣ دور أول :

س٣ : من البيانات التالية :

الطبقة	حجم الطبقة م هـ	الإنحراف المعيارى للطبقة σ هـ	تكلفة جمع المفردة ت هـ
س	٢٠٠٠	١٠	٤٠
ص	٣٠٠٠	٥	٣٠
ع	٤٠٠٠	٤	٥٠
ل	١٠٠٠	٦	١٠

المطلوب : إيجاد عدد المفردات من كل طبقة لعينة قدرها ١٥٠ مفردة بإستخدام طريقة التخصيص الأمثل في حالة عدم إستخدام التكلفة

عام ٢٠١٣ دور ثان :

س٣ :

الآتى بيانات تمثل نسب حجم الطبقات إلى المجتمع :

أ = .١٥ ب = .٢٠ جـ = .٤٠ د = .٢٥

والإنحراف المعيارى لكل طبقة ٤ ، ٦ ، ٨ ، ١٠ على الترتيب فإذا كان حجم العينة ١٢٠ مفردة وتكلفة جمع البيانات للمفردة فى كل طبقة على الترتيب

١٢ قرش ، ١٠ قروش ، ١٥ قرش ، ٧ قروش

المطلوب :

بإستخدام التخصيص الأمثل أوجد عدد المفردات في كل طبقة بدون إستخدام التكلفة



عام ٢٠١٤ دور أول :

س٣ : (أ) أكمل ما يأتى :

١- من أساليب جمع البيانات .... و ....

٢- من أنواع العينات العشوائية ....و ....

(ب) من البيانات الآتية :

س٣ : (ب)

من البيانات الآتية

الطبقة	أ	ب	ج	د
نسبة الطبقة	.١٥	.٢٠	.٣٥	.٣٠
الإنحراف المعيارى	٥	٦	٨	٤
التكلفة جمع المفردة	١٠ قروش	١٢ قرش	٢٠ قرش	٣٥ قرش

المطلوب :

إيجاد عدد المفردات بكل طبقة لعينة ٢٠٠ مفردة بإستخدام التخصيص الأمثل في حالة عدم إحتساب التكلفة

عام ٢٠١٤ دور ثان :

س٤ : (أ)

مجتمع مكون من (٥) طبقات بياناها كالآتى :

م ١ = ٤٠٠ م ٢ = ١٦٠

م ٣ = ٢٤٠ م ٤ = ٦٠٠

م ٥ = ٢٠٠

المطلوب :

توزيع عينة مكونة من ١٦٠ مفردة من هذا المجتمع بإستخدام التوزيع المتناسب .





عام ٢٠١٥ دور أول :

س١ : (أ) أكمل ما يأتى :

٢- من أنواع العينات .... و .... و ....

س٣ : (أ) أكمل ما يأتى :

٢- من عيوب إستخدام العينات .... و ....

(ب) من البيانات الآتية :

الطبقة	أ	ب	ج	د
حجم الطبقة	٢٠٠٠٠	٣٠٠٠٠	١٠٠٠٠	٤٠٠٠٠
التباين	٢٥	١٦	٤	٩

المطلوب :

إيجاد عدد المفردات من كل طبقة لعينة قدرها ٢٠٠ مفردة بإستخدام التخصيص الأمثل

عام ٢٠١٥ دور ثان :

س٢ : (أ)

مجتمع يتكـــون من (٤) طبقات بيانات كل منها كالآتى :

م ١ = ٨٠٠   م ٢ = ١٢٠٠

م ٣ = ١٤٠٠   م ٤ = ١٦٠٠

المطلوب :

أخــــذ عينة حجمها ٣٠٠ مفردة من هذا المجتمع بإستخدام التخصيص المتناسب .



عام ٢٠١٦ دور أول :

س١ : (أ) عرف كلا من : ٢- العينة

س٣ : (أ) أكمل ما يأتى :

١- هناك أسلوبان لجمع البيانات هما .... و ......

٢- من مزايا العينة العشوائية الطبقية ...... و ......

(ب) من البيانات الآتية :

الطبقة	أ	ب	ج	د
حجم الطبقة	٤٠٠٠٠	٦٠٠٠٠	٨٠٠٠٠	٢٠٠٠٠
الإنحراف المعيارى	٣	٥	٤	٨

المطلوب :

إيجاد عدد المفردات من كل طبقة لعينة حجمها ٣٦٠ مفردة بإستخدام التخصيص الأمثل

عام ٢٠١٦ دور ثان :

س٤ : (أ)

مجتمع يتكون من (٥) طبقات بياناتها كالآتى :

م ١ = ٨٠٠   م ٢ = ١٢٠٠

م ٣ = ٦٠٠   م ٤ = ١٠٠٠

م ٥ = ١٤٠٠

المطلوب :

أخـذ عينة مكونة من ٢٠٠ مفردة من هذا المجتمع بإستخدام التوزيع المتناسب .



عام ٢٠١٧ دور أول :

س٤ : (أ) عرف كلا من : ٢- العينة

س٥ : (أ) ما المقصود بكل من : ١- الحصر الشامل

(ب) من البيانات الآتية :

الطبقة	أ	ب	ج	د
حجم الطبقة	١٠٠٠	٣٠٠٠	٤٠٠٠	٢٠٠٠
التباين	٩	١٦	٤	٢٥

المطلوب :

تحديد عدد المفردات من كل طبقة وذلك لعينة قدرها ٦٦٠ مفردة بإستخدام التخصيص الأمثل

عام ٢٠١٧ دور ثان :

س٥ : (أ)

مجتمع يتكون من (٥) حجم كل منها كما يلى :

م ١ = ١٠٠٠ م ٢ = ٢٤٠٠

م ٣ = ١٦٠٠ م ٤ = ٢٠٠٠

م ٥ = ١٥٠٠

المطلوب :

توزيع عينة حجمها ٣٤٠ مفردة من هذا المجتمع بإستخدام التوزيع المتناسب .

عام ٢٠١٨ دور أول :

س٤ : (أ) أكمل :

١- هناك أسلوبان لجمع البيانات .... و ....

٢- العينات ذات الفترات المتساوية تعرف بأنها العينة ....

(ب) من البيانات الآتية :

الطبقة	أ	ب	ج
حجم الطبقة	٢٠٠٠	٣٠٠٠	٦٠٠٠
التباين	٢٥	١٦	٤٩

المطلوب :

إيجاد عدد المفردات من كل طبقة وذلك لعينة عشوائية قدرها ٣٢٠ مفردة بإستخدام التوزيع الأمثل

س٥ : (أ)

مجتمع مكون من (٤) طبقات كانت بياناتها كالآتى :

م ١ = ٢٠٠٠ م ٢ = ٣٠٠٠

م ٣ = ٢٥٠٠ م ٤ = ١٥٠٠

المطلوب :

توزيع عينة مكونة من ٧٢٠ مفردة من هذا المجتمع بإستخدام التوزيع المتناسب .

عام ٢٠١٨ دور ثان :

س٤ : (أ) أكمل :

١- العينة .... يكون احتمال إختيار أى مفردة متساوى

٢- العينة .... تعرف بأنها العينة الإحتمالية للقطاعات

(ب) من البيانات الآتية :

الطبقة	أ	ب	ج
حجم الطبقة	٢٠٠٠	٤٠٠٠	٥٠٠٠
الإنحراف المعيارى	٤	٥	١٠

المطلوب :

إيجاد عدد المفردات من كل طبقة وذلك لعينة عشوائية قدرها ٣٩٠ مفردة بإستخدام التوزيع الأمثل

س٥ : (أ)

مجتمع مكون من (٥) طبقات كانت بياناتها كالآتى :

م ١ = ١٢٠٠ م ٢ = ١٨٠٠

م ٣ = ٢٠٠٠ م ٤ = ٤٠٠٠

م٥ = ١٠٠٠

المطلوب :

توزيع عينة مكونة من ٥٠٠ مفردة من هذا المجتمع بإستخدام التوزيع المتناسب .





عام ٢٠١٩ دور أول :

س٣ :

(أ) عرف كلا من :

١- العينة العشوائية البسيطة

(ب)

مجتمع مكون من أربع طبقات كانت نسبة حجم الطبقات إلى حجم المجتمع كما يلي :

أ = ‎.١٠‎ ب = ‎.٢٥‎ ج = ‎.٣٥‎

د = ‎.٣٠‎

وكان الإنحــــراف المعيارى داخل الطبقات الأربعة على الترتيب ٣ ، ٦ ، ٤ ، ٨

المطلوب :

توزيع عينة حجمها ٨٨٠ مفردة على الطبقات الأربعة بإستخدام التخصيص الأمثل .

عام ٢٠١٩ دور ثان :

س٣ :

(أ) عرف كلا من :

٢- العينة العشوائية الطبقية

(ب) من البيانات الآتية :

الطبقة	أ	ب	ج	د
حجم الطبقة	١٠٠٠	٢٠٠٠	٢٨٠٠	١٥٠٠
الإنحراف المعيارى	٣	٤	٥	٦

المطلوب :

توزيع عينة عشوائية على الطبقات الأربع حجمها ٦٨٠ مفردة بإستخدام التوزيع الأمثل .

عام ٢٠٢٠ دور أول :

س٢ :

(أ) عرف كلا من :

٢- العينة العشوائية الطبقية



ب) من البيانات الآتية :

الطبقة	أ	ب	ج	د
نسبة الطبقة	‎.١‎	‎.٢‎	‎.٤‎	‎.٣‎
التباين	٩	٣٦	٢٥	٤

المطلوب :

توزيع عينة حجمها ١٦٤ مفردة من هـــذا المجتمع على الطبقات الأربع بإستخدام التخصيص الأمثل





خامسا : تذكر :

طريقة التخصيص المتساوى :

القانون المستخدم :

عدد المفردات من كل طبقة = $\frac{\text{حجم العينة}}{\text{عدد الطبقات}}$

طريقة التخصيص النسبى (المتناسب) :

القانون المستخدم :

ن (مفردات العينة من كل طبقة) = $\frac{\text{حجم الطبقة}}{\text{مجموع الطبقات}}$ × حجم العينة

طريقة التخصيص الأمثل (بدون إحتساب التكلفة)

القانون المستخدم :

ن هـ (حجم العينة من كل طبقة) = $\frac{\text{م هـ} \times \sigma\ \text{هـ}}{\text{مجـ (م هـ} \times \sigma\ \text{هـ)}}$ × حجم العينة (ن)

الطبقة	حجم الطبقة م هـ	الإنحراف المعيارى للطبقة σ هـ	البسط م هـ × σ هـ	ن هـ
			المجموع (المقام) ×××××	حجم العينة ×××××





طريقة التخصيص الأمثل (بإحتساب التكلفة)

القانون المستخدم :

ن هـ (حجم العينة من كل طبقة)= $\left(\frac{م_هـ \times \sigma_هـ}{\sqrt{ت_هـ}}\right) \div مجـ \left[\left(\frac{م_هـ \times \sigma_هـ}{\sqrt{ت_هـ}}\right)\right] \times$ حجم العينة (ن)

الطبقة	حجم الطبقة م هـ	الإنحراف المعيارى للطبقة σ هـ	م × σ	$\sqrt{ت_هـ}$	البسط $\frac{م_هـ \times \sigma_هـ}{\sqrt{ت_هـ}}$	ن هـ
					المجموع (المقام) ××××	حجم العينة ××××

ملحوظة هامة : $\sigma = \sqrt{\sigma^{2}}$

وهناك أسلوبان لجمع البيانات :

الحصر الشامل : وهو الذي يقوم الباحث فيه بدراسة حالة جميع أفراد المجتمع موضوع الدراسة

العينة : وهو الذي يقوم الباحث فيه بدراسة حالة جزء معين أو نسبة معينة من أفراد المجتمع الأصلى ثم يقوم بعد ذلك بتعميم الدراسة على المجتمع كله .

مميزات استخدام العينات :

١- توفير الوقت والجهد . ٢- تقليل النفقات وتوفير المال .

٣- يمكن تدريب وتوفير العدد اللازم من جامعي البيانات .

٤- يمكن بواسطة هذه الطريقة الحد من خطأ التحيز .

عيوب استخدام العينات

١- غير دقيقة . ٢- نسبة الخطأ فيها أكبر منها فى الحصر الشامل

الأسباب التى تدعو الباحث إلى استخدام أسلوب العينات :

١- إذا كان المجتمع أكبر مما تسمح به إمكانيات الباحث .

٢- إذا كان المجتمع متجانساً وفى هذه الحالة يكون الحصر الشامل ليس له معنى .

أنواع العينات

١ - العينات الإحتمالية أو العشوائية ٢ - العينات المتعمدة (غير الإحتمالية) ٣- العينات المختلطة







أنواع العينات الإحتمالية أو العشوائية

(أ) العينة العشوائية البسيطة :

وهى طريقة المعاينة التى يكون فيها احتمال اختيار أي مفردة متساوي

مزايا العينة العشوائية البسيطة :

١- أبسط أنواع العينات وأهمها
٢- خالية من خطأ التحيز وإن وجد يكون فى أضيق الحدود
٣- تنطبق عليها القوانين والنظريات الإحصائية

عيوب العينة العشوائية البسيطة :

١- تعطى أكبر تباين فى جميع الأساليب
٢- قد تكون جميع الوحدات المنتقاه للعينة من نفس النوع

(ب) العينة العشوائية المنتظمة :

هي العينات ذات الفترات المتساوية بحيث تكون الفترة بين كل مفردة والأخرى متساوية

شروط اختيار العينة العشوائية المنتظمة :

١- وجود حجم المجتمع
٢- تحديد حجم العينة
٣- اختيار المفردة الأولى عشوائياً
٤- باقي المفردات يفصلها أرقام أو فترات
٥- الفترات أو الأرقام منتظمة

(جـ) العينة العشوائية الطبقية :

تسمى هذه العينة بالعينة الإحتمالية للقطاعات وفيها يتم تقســـيم مفردات مجتمع الدراسة إلى طبقات أو مجموعات متجانسة .

مزايا العينة الطبقية :

١- تحتوى على وحدات من كل طبقة
٢- أدق تمثيلا للمجتمع من العينة العشوائية البسيطة .
٣- يقل فيها خطأ الصدفة والتحيز







معامل الإرتباط (ر)

الإرتباط : هو مقياس يصف شدة العلاقة بين متغيرين (ظاهرتين) ويرمز له بالرمز (ر)

أنواع الإرتباط :

١- إرتباط طردى (موجب) (+) : ويعنى أى زيادة فى أحد الظاهرتين يصاحبه زيادة فى الظاهرة الأخرى والعكس

٢- إرتباط عكسى (سالب) (−) : ويعنى أى زيادة فى أحد الظاهرتين يصاحبه نقص فى الظاهرة الأخرى والعكس

قيمة الإرتباط : تتراوح ما بين + ١ ، − ١ ما عدا الصفر (−١ ≤ ر ≤ +١)

كلما إقتربت قيمة الإرتباط من + ١ أو − ١ دل ذلك على ارتباط قوى

كلما إقتربت قيمة الإرتباط من الصفر دل ذلك على ارتباط ضعيف

إذا كانت قيمة الإرتباط = صفر دل ذلك على عدم وجود إرتباط (إرتباط منعدم)

نوع الإرتباط ودرجته :

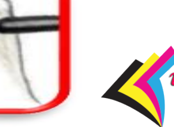
القيمة	صفر	+ ٠,١	+ ٠,٢	+ ٠,٣	+ ٠,٤	+ ٠,٥	+ ٠,٦	+ ٠,٧	+ ٠,٨	+ ٠,٩	+ ١
النوع والدرجة	منعدم	طردى ضعيف				طردى متوسط			طردى قوى		طردى تام

القيمة	صفر	− ٠,١	− ٠,٢	− ٠,٣	− ٠,٤	− ٠,٥	− ٠,٦	− ٠,٧	− ٠,٨	− ٠,٩	− ١
النوع والدرجة	منعدم	طردى ضعيف				طردى متوسط			طردى قوى		طردى تام

طرق قياس معامل الإرتباط :

الطريقة الأولى	حالات إستخدامها
معامل إرتباط الرتب لسبيرمان	١- إذا نص عليها صراحة على ذلك فى التمرين
	٢- إذا لم ينص عليها وكانت قيم س ، ص وصفية
	٣- إذا لم ينص عليها وكانت قيم س ، ص أحدهما وصفية والأخرى رقمية
	٤- إذا لم ينص عليها وكانت البيانات جاهزة ولها علاقة بقانون معامل إرتباط الرتب لسبيرمان

الطريقة الثانية	حالات إستخدامها
معامل إرتباط بيرسون (الخطى البسيط) (العزوم)	١- إذا نص عليها صراحة على ذلك فى التمرين
	٢- إذا لم ينص عليها وكانت قيم س ، ص رقمية
	٣- إذا لم ينص عليها وكانت البيانات جاهزة ولها علاقة بقانون معامل إرتباط بيرسون





أولا : معامل إرتباط الرتب لسبيرمان (r)

خطوات الحل : ١- نكون جدول من الخانات الستة الآتية فى حالة عدم جاهزية البيانات

س	ص	رتب س	رتب ص	ف	ف٢
مجـ				صفر	×××

٢- نعوض فى القانون الآتى : $r = ١ - \left[\frac{٦ \times \text{مجـ ف}^٢}{ن(ن^٢ - ١)}\right]$

٣- تحديد النوع والدرجة

مثـال (١) : فيما يلى تقديرات ٦ من الطلاب في مادتى الإحصاء (س) والرياضة المالية (ص) :

س	مقبول	جيد جدا	ممتاز	جيد	مقبول	جيد جدا
ص	جيد	مقبول	جيد جدا	ممتاز	ضعيف	جيد

المطلوب : ١- إيجاد معامل إرتباط الرتب لسبيرمان ٢- بيان نوعه ودرجته

الحـــــل :

س		ص		رتب س	رتب ص	ف رتب س – رتب ص مع مراعاة الإشارات	ف٢
مقبول	٥	جيد	٣	٥,٥	٣,٥	٢	٤
جيد جدا	٢	مقبول	٥	٢,٥	٥	– ٢,٥	٦,٢٥
ممتاز	١	جيد جدا	٢	١	٢	- ١	١
جيد	٤	ممتاز	١	٤	١	٣	٩
مقبول	٦	ضعيف	٦	٥,٥	٦	– ٠,٥	٠,٢٥
جيد جدا	٣	جيد	٤	٢,٥	٣,٥	– ١	١
مجـ						صفر	٢١,٥

$$r = ١ - \frac{٦ \times \text{مجـ ف}^٢}{ن(ن^٢ - ١)} = ١ - \frac{٦ \times ٢١,٥}{٦(٦^٢ - ١)} = ٠,٤$$

نوعه : طردى درجته : ضعيف





ملحوظة :

١- خانتى س ، ص يتم نقلهما من واقع التمرين ويتم عمل مسلسل لهما أى (ترتيب) بشرط أن يكون إما تصاعديا لهما أو تنازليا لهما

٢- خانتى رتب س ، رتب ص يتم عملهما بأحد الإسلوبين الآتيين :

أ- إذا كانت القيم غير مكررة ينزل المسلسل كما هو

ب- أذا كانت القيم مكررة نقسم مجموع المسلسلات على عدد مرات التكرار

٣- خانة ف (الفرق) [رتب س – رتب ص] مع مراعاة الإشارات

ومجموع هذه الخانة لابد وأن = صفر وهذا دليل على صحة الحل حتى خانة ف

٤- حانة ف٢ (مربع الفرق) [خانة ف × نفسها]

٥- ن تمثل عدد القيم

٦- الأرقام المذكورة فى القانون (١ ، ٦) ثابتة

تـ (١) ـدريب : فيما يلى تقديرات ٦ من الطلاب في مادتى الإحصاء (س) والرياضيات (ص) :

س	ضعيف	مقبول	ممتاز	مقبول	جيد جدا	جيد جدا
ص	جيد	جيد جدا	ضعيف	جيد	جيد	ممتاز

المطلوب : إيجاد معامل الإرتباط وبيان نوعه ودرجته .

تـ (٢) ـدريب : فيما يلى تقديرات ٦ من الطلاب في مادتى المحاسبة (س) والإقتصاد (ص) :

س	ممتاز	جيد	جيد جدا	مقبول	ضعيف	جيد
ص	جيد	ضعيف	مقبول	ممتاز	جيد جدا	مقبول

المطلوب : إيجاد معامل إرتباط الرتب وبيان نوعه ودرجته .

تـ (١) ـمرين : فيما يلى درجات وتقديرات ٨ من الطلاب في مادتى التأمين (س) والإقتصاد (ص) :

س	٣٠	٢٨	٤٢	٣٧	٣٠	٣٧	٣٠	٤٤
ص	جيد	مقبول	ممتاز	جيد جدا	جيد	ممتاز	مقبول	ممتاز

المطلوب : إيجاد معامل إرتباط الرتب لسبيرمان وبيان نوعه ودرجته .

تـ (٢) ـمرين : فيما يلى درجات ٦ من الطلاب في مادتى الضرائب (س) ورياضة التأمين (ص) :

س	٨	٦	١٠	٧	٨	٥
ص	٨	٧	١٣	٩	١٠	٥

المطلوب : إيجاد معامل إرتباط سبيرمان وبيان نوعه ودرجته .







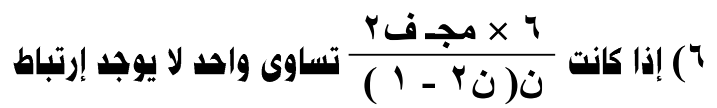
تـ (٣) مرين : ضع علامة (√) أمام العبارة الصحيحة وعلامة (×) أمام العبارة الخاطئة :

١) مجـ ف^{2} يمكن أن تساوى ن^{2} (ن^{2} – ١) ( )
٢) ٦مجـ ف^{2} يمكن أن تساوى ن^{3} (ن^{2} – ١) ( )

٣) ٦مجـ ف^{2} يمكن أن تساوى ٠.٥ ن (ن^{2} – ١) ( )
٤) معامل إرتباط الرتب قيمته أكبر من الواحد

٥) معامل إرتباط الرتب قيمته أصغر من سالب واحد





٦) إذا كانت $\frac{٦ \times \text{مجـ ف}^{2}}{ن(ن^{2} - ١)}$ تساوى واحد لا يوجد إرتباط

٧) إذا كانت $\frac{٦ \times \text{مجـ ف}^{2}}{ن(ن^{2} - ١)}$ تساوى ٢ يكون الإرتباط طردى تام

٨) إذا كان ٦ مجـ ف^{2} = صفر يكون الإرتباط طردى تام

تـ (٤) مرين : أكمل :

١) تتراوح قيمة الإرتباط بين ..... و ...... عدا الصفر أى أن (.... ≤ ر ≤ ١)

٢) كلما إقتربت قيمة معامل الإرتباط من ...... أو ...... دل هذا على إرتباط قوى

٣) كلما إقتربت قيمة معامل الإرتباط من .... دل هذا على إرتباط ضعيف

٥) إذا كانت قيمة معامل الإرتباط موجب كان الإرتباط .... وإذا كانت سالبة كان الإرتباط ....

٦) إذا كانت قيمة معامل الإرتباط تساوى...... أو .... كان الإرتباط تام

٧) إذا كانت قيمة معامل الإرتباط = + ١ كان الإرتباط نوعه .... ودرجته ....

٨) إذا كانت قيمة معامل الإرتباط = – ١ كان الإرتباط نوعه .... ودرجته ....

تـ (٥) مرين :

أوجد معامل الإرتباط لعدد ١٠ طلاب فى مادتى س ، ص إذا كان مجـ ف^{2} = ٩٥ وبيان نوعه

تـ (٦) مرين :

إذا علمت أن ٦ مجـ ف^{2} = ٧٦ ، ن = ٧ أوجد معامل إرتباط الرتب لسبيرمان وبين نوعه

تـ (٧) مرين :

إذا علمت أن ن (ن^{2} – ١) = ٥٠٤ ، مجـ ف^{2} = ٦٠ أوجد معامل الإرتباط وبين نوعه



ثانيا : معامل إرتباط بيرسون (الخطى البسيط) (العزوم) ($ر$)

خطوات الحل :

١- نكون جدول من الخانات الخمسة الآتية فى حالة عدم جاهزية البيانات

س	ص	س ص	س٢	ص٢
×× مجـ س	×× مجـ ص	×× مجـ س ص	×× مجـ س٢	×× مجـ ص٢

٢- نعوض فى القانون الآتى :

$$ر = \frac{(ن \times مجـ س ص) - (مجـ س \times مجـ ص)}{\sqrt{[ن \times مجـ س^2 - (مجـ س)^2][ن \times مجـ ص^2 - (مجـ ص)^2]}}$$

٣- تحديد النوع والدرجة

مثال (١) : من الجدول التالى إحسب معامل إرتباط بيرسون وبين نوعه ودرجته :

س	٤	٨	٦	٩	٧	٢
ص	١١	٧	١٣	٥	١٢	٦

الحــــل :

س	ص	س ص	س٢	ص٢
٤	١١	٤٤	١٦	١٢١
٨	٧	٥٦	٦٤	٤٩
٦	١٣	٧٨	٣٦	١٦٩
٩	٥	٤٥	٨١	٢٥
٧	١٢	٨٤	٤٩	١٤٤
٢	٦	١٢	٤	٣٦
٣٦ مجـ س	٥٤ مجـ ص	٣١٩ مجـ س ص	٢٥٠ مجـ س٢	٥٤٤ مجـ ص٢

$$ر = \frac{(ن \times مجـ س ص) - (مجـ س \times مجـ ص)}{\sqrt{[ن \times مجـ س^2 - (مجـ س)^2][ن \times مجـ ص^2 - (مجـ ص)^2]}}$$

$$= \frac{(٦ \times ٣١٩) - (٣٦ \times ٥٤)}{\sqrt{[٦ \times ٢٥٠ - (٣٦)^2][٦ \times ٥٤٤ - (٥٤)^2]}} = \frac{-٣٠}{\sqrt{٢٠٤ \times ٣٤٨}} = -٠.١$$

نوعه : عكسى درجته : ضعيف



تـ (١) دريب : من الجدول التالى :

س	٢	٤	٥	٣	١١
ص	٦	٥	٣	٤	٢

إحسب : ١- معامل إرتباط بيرسون ٢- بين نوعه ودرجته

تـ (٢) دريب : من البيانات الآتية :

مجـ س = ٥٠ ، مجـ ص = ٣٠ ، مجـ س ص = ٩٠

مجـ س^{٢} = ٢٩٠ ، مجـ ص^{٢} = ١٨٠ ، ن = ١٠

المطلوب : ١- معامل إرتباط بيرسون ٢- بين نوعه ودرجته

تـ (١) مرين : من الجدول التالى : **إحسب :** ١- معامل إرتباط بيرسون ٢- بين نوعه

س	٤	٥	٦	٥	٢	٣	١٠
ص	٩	٢	٣	٣	٢	٤	٥

تـ (٢) مرين : من البيانات الآتية :

مجـ س = ٣٦ ، مجـ ص = ٦٠ ، مجـ س ص = ٢٩٣

مجـ س^{٢} = ٢٦٦ ، مجـ ص^{٢} = ٧٠٣ ، ن = ٦

المطلوب : ١- معامل إرتباط بيرسون ٢- بين نوعه ودرجته

تـ (٣) مرين : من البيانات الآتية :

مجـ س = ٣٥ ، مجـ ص = ٢٨ ، مجـ س ص = ١٦٤

مجـ س^{٢} = ٢١٥ ، مجـ ص^{٢} = ١٤٠

إحسب : معامل الإرتباط وبين نوعه ودرجته إذا علمت أن عدد القيم ٧

تـ (٤) مرين : من المعلومات الآتيه : **إحسب** معامل الإرتباط بين الظاهرتين س ، ص

مجـ س	مجـ ص	مجـ س ص	مجـ س^{٢}	مجـ ص^{٢}	ن
٢٠٠	٨٦٩	٢٧٢٧٢	٩٨٣٦٠	٨٠٤٧٣	١٠

تـ (٥) مرين : ضع علامة (√) أمام العبارة الصحيحة وعلامة (×) أمام العبارة الخاطئة :

١) معامل إرتباط بيرسون يمكن إيجاده من البيانات الرقمية فقط .

٢) معامل إرتباط بيرسون يمكن إيجاده من البيانات الوصفية فقط .

٣) معامل إرتباط بيرسون يمكن إيجاده من البيانات الرقمية والوصفية .

٤) إذا كان : (ن مجـ س ص – مجـ س × مجـ ص) = صفر لا يوجد إرتباط .

٥) إذا كان : (ن مجـ س ص – مجـ س × مجـ ص) إشارته موجبه يكون الإرتباط عكسى .

٦) إذا كان : (ن مجـ س ص – مجـ س × مجـ ص) إشارته سالبه يكون الإرتباط عكسى .



ثالثا : أسئلة إمتحانات سابقة

عام ٢٠١١ دور أول :

س٣ : (ب) من البيانات التالية :

مجـ س = ٣٥ ، مجـ ص = ٢٨ ، مجـ س ص = ١٦٤

مجـ س^2 = ٢١٥ ، مجـ ص^2 = ١٤٠

إحسب : معامل الإرتباط وبين نوعه مع العلم بأن عدد القيم ٧

س٣: (ج) إذا علمت أن : ن (ن^2 – ١) = ٥٠٤ ، مجـ ف^2 = ٦٠

أوجد : معامل الإرتباط وبين نوعه

عام ٢٠١١ دور ثان :

س ١ : (أ) ضع علامة (√) أمام العبارة الصحيحة وعلامة (×) أمام العبارة الخاطئة :

٢- العلاقة بين الظاهرتين تكون سالبة عندما يكون الإرتباط بينهما عكسى

س ١ : (ب) فيما يلى درجات وتقديرات ٧ من الطلاب في مادتى الرياضيات (س) والمحاسبة (ص) :

س	ضعيف	جيد	جيد جدا	ضعيف	ممتاز	مقبول	جيد
ص	٤٥	٤٦	٤٥	٤٢	٤٨	٤٧	٤٥

المطلوب : إيجاد معامل الإرتباط وبين نوعه

عام ٢٠١٢ دور أول :

س ٤ : (أ) إذا علمت أن : مجـ ف^2 = ٦٠ لدرجات ٨ طلاب **أوجد** : معامل الإرتباط وبين نوعه

س ٤ : (ب) من الجدول التالى إحسب معامل إرتباط بيرسون :

س	٤	٥	٦	٥	٢	٣	١٠
ص	٩	٢	٣	٣	٢	٤	٥

عام ٢٠١٢ دور ثان :

س ١ : (أ) عرف كل من : الإرتباط .

س ٤ : (ب) فيما يلى تقديرات ٧ من الطلاب في مادتى الإحصاء (س) والرياضة (ص) :

س	ضعيف	ممتاز	ضعيف	ضعيف جدا	ممتاز	مقبول	جيد
ص	جيد	ممتاز	جيد جدا	جيد	جيد	مقبول	جيد

المطلوب : إيجاد معامل الإرتباط مع بيان نوعه ودرجته .







عام ٢٠١٣ دور أول :

س٤ : (أ) فيما يلى تقديرات ٧ من الطلاب في إحدى الكليات الجامعية لمادتى الرياضة والإحصاء :

الرياضة	ضعيف	ممتاز	ضعيف	جيد جدا	مقبول	ضعيف	جيد
الإحصاء	جيد	جيد جدا	مقبول	جيد	جيد	مقبول	ممتاز

المطلوب : إيجاد معامل الإرتباط المناسب مع بيان نوعه ودرجته .

عام ٢٠١٣ دور ثان :

س٤ : (أ) إذا علمت أن : مجـ ف٢ = ٩٠,٥ لعدد قيم ٨ أوجد : معامل الإرتباط وبين نوعه

س٤ : (ب) من المعلومات الآتيه :

مجـ س	مجـ ص	مجـ س ص	مجـ س٢	مجـ ص٢	ن
٢٠٠	٨٦٩	٢٧٢٧٢	٩٨٣٦٠	٨٠٤٧٣	١٠

إحسب : معامل الإرتباط بين الظاهرتين س ، ص

عام ٢٠١٤ دور أول :

س١ : (أ) ضع علامة (√) أمام العبارة الصحيحة وعلامة (×) أمام العبارة الخاطئة :

٢- إذا كان : ن مجـ س ص = مجـ س × مجـ ص فإنه لا يوجد إرتباط .

س٥ : من البيانات التالية إحسب معامل الإرتباط بين س ، ص :

س	جيد	ممتاز	مقبول	جيد	ضعيف	مقبول
ص	١٣	٢٠	١٧	١٩	١٠	١٩

عام ٢٠١٤ دور ثان :

س٣ : من البيانات التالية عن الظاهرتين س ، ص :

ن	مجـ س	مجـ ص	مجـ س ص	مجـ س٢	مجـ ص٢
١٠	٨٠	٦٠	٥١٠	٦٩٠	٣٩٠

إحسب معامل الإرتباط بين س ، ص

س٤ : (ب) إذا علمت أن : مجـ ف٢ = ١٦٥ لعدد قيم ١٠

أوجد : معامل الإرتباط وبين نوعه

عام ٢٠١٥ دور أول :

س٤ :(ب) من بيانات الجدول التالى إحسب معامل الإرتباط لبيرسون مع بيان نوعه

س	١٢	٥	٩	٤	٧	١١
ص	٨	٧	١٤	٥	٦	٢٠

عام ٢٠١٥ دور ثان :

س ٤ : (أ) أكمل ما يلى :

١- يتراوح معامل الإرتباط بين ..... و ..... ما عدا .....

٢- معامل الإرتباط لسبيرمان = ١ - $\frac{.........}{ن(......^2 - ١)}$

س ٤ : (ب) فيما يلى تقديرات ودرجات ٦ طالبات فى مادتى الإحصاء والمحاسبة :

الإحصاء	جيد	مقبول	جيد	جيد جدا	ضعيف	جيد جدا
المحاسبة	١٥	١٤	١٢	١٥	١٠	١٠

إحسب : معامل الإرتباط وبين نوعه .

عام ٢٠١٦ دور أول :

س ٤ :(ب) فيما يلى درجات وتقديرات ٧ طلاب فى مادتى الرياضة المالية والإقتصاد

درجات الرياضة	٣٥	٢٨	٣٢	٢٧	٣٦	٢٩	٣٩
تقديرات الإقتصاد	جيد	جيد	مقبول	ضعيف	ممتاز	جيد	جيد جدا

المطلوب : حساب معامل الإرتباط وحدد نوعه .

عام ٢٠١٦ دور ثان :

س ١ : (أ) أكمل :

٢- إذا كان ن مجـ س ص = مجـ س × مجـ ص فإن معامل الإرتباط = ...

س ٣ : (أ) ضع علامة (√) أمام العبارة الصحيحة وعلامة (×) أمام العبارة الخاطئة :

١- معامل الإرتباط لبيرسون يمكن إيجاده من البيانات الوصفية والرقمية .

س ٤ : (ب) إذا علمت أن : مجـ ف^2 = ٩٠,٥ ، ن = ٨

أوجد : معامل الإرتباط لسبيرمان وحدد نوعه

عام ٢٠١٧ دور أول :

س ١ : (أ) إذا توافرت لديك البيانات التالية عن الظاهرتين س ، ص :

ن = ١٠ ، مجـ س = ٦٠ ، مجـ ص = ٩٠

مجـ س ص = ٥٧٠ ، مجـ س^2 = ٧٣٠ ، مجـ ص^2 = ٩٠٠

المطلوب : معامل الإرتباط لبيرسون بين س ، ص

س ٢ : (أ) أوجد : معامل إرتباط الرتب لسبيرمان لتقديرات عشرة طلاب في مادتى الإحصاء والرياضة المالية

إذا علمت أن : مجـ ف^2 = ٣٢

س ٥ : (أ) ما المقصود بكل من : ٢- الإرتباط .



عام ٢٠١٧ دور ثان :

س ١ : **فيما يلى تقديرات ودرجات سبعة طلاب فى مادتى الإحصاء (س) والرياضة المالية (ص) :**

تقديرات الإحصاء	جيد	مقبول	جيد جدا	ممتاز	جيد	ضعيف	جيد
درجات الرياضة	١٥	١٠	٢٠	١٨	١٤	١٥	١٠

المطلوب : حساب معامل الإرتباط المناسب بين س ، ص .

عام ٢٠١٨ دور أول :

س٦ : (أ) إذا علمت أن : ن = ٧ مجـ ف٢ = ٥٦

أوجد : معامل الارتباط لسبيرمان وحدد نوعه

عام ٢٠١٨ دور ثان : **لا يوجد أى أسئلة تخص هذا الدرس**

عام ٢٠١٩ دور أول :

س ٤ : (أ) في دراسة إحصائية لإيجاد العلاقة بين س ، ص كانت البيانات التالية :

ن = ١٠ ، مجـ س = ٧٠ ، مجـ ص = ٦٠

مجـ س ص = ٣٧٤ ، مجـ س^{٢} = ٥٢٦ ، مجـ ص^{٢} = ٤٠٦

أوجد : معامل الإرتباط لبيرسون بين س ، ص وحدد نوعه .

س٦ : (أ)

تم إستخراج الرتب التالية لتقديرات ست طلاب بكلية التجارة فى مادةالإحصاء (س) ومادة الرياضة المالية (س) :

رتب س	٦	٢,٥	٤	٢,٥	١	٥
رتب ص	٣,٥	٣,٥	٦	١	٢	٥

إحسب : معامل إرتباط الرتب لسبيرمان بين س ، ص .

عام ٢٠١٩ دور ثان :

س ١ : (أ) أكمل ما يلى :

٢- المقياس الإحصائى الذى يوصف شدة العلاقة بين الظواهر هو ....

س ٤ :

فيما يلى تقديرات ستة طلاب في كلية التجارة (عين شمس) في المحاسبة المالية (س) والإحصاء (ص)

س	ممتاز	ضعيف	مقبول	جيد	جيد جدا	مقبول
ص	جيد	مقبول	جيد	ممتاز	جيد جدا	ضعيف

المطلوب : معامل إرتباط الرتب بين س ، ص



س٥ : في البيانات التالية عن الظاهرتين س ، ص :

ن = ٩ ، مجـ س = ٦٣ ، مجـ ص = ٤٢ ، مجـ س ص = ٤١٣

مجـ $س^{٢}$ = ٦٦٥ ، مجـ $ص^{٢}$ = ٢٩٢

أوجد : ١- معامل الإرتباط لبيرسون بين س ، ص ٢- معادلة إنحدار ص على س

عام ٢٠٢٠ دور أول :

س٥ : الجدول التالى يوضح العلاقة بين س ، ص

س	٤	٨	١٢	٦	١٠
ص	١٠	١٢	٢٠	١٦	٨

المطلوب : ١- معامل الإرتباط الخطى لبيرسون بين س ، ص ٢- معامل إنحدار ص على س

س٦ : (أ) إذا علمت أن : ٦ مجـ ف٢ = ٥٦ ، ن = ٧

إحسب : معامل الإرتباط لسبيرمان (وحدد نوعه)



رابعا : تذكر

الإرتباط : هو مقياس يصف شدة العلاقة بين متغيرين (ظاهرتين) ويرمز له بالرمز (ر)

أنواع الإرتباط :

١- إرتباط طردى (موجب) (+) : ويعنى أى زيادة فى أحد الظاهرتين يصاحبه زيادة فى الظاهرة الأخرى والعكس

٢- إرتباط عكسى (سالب) (−) : ويعنى أى زيادة فى أحد الظاهرتين يصاحبه نقص فى الظاهرة الأخرى والعكس

قيمة الإرتباط : تتراوح ما بين ١+ ، ١− ما عدا الصفر (−١ ≤ ر ≤ +١)

كلما إقتربت قيمة الإرتباط من + ١ أو − ١ دل ذلك على ارتباط قوى

كلما إقتربت قيمة الإرتباط من الصفـــــر دل ذلك على ارتباط ضعيف

إذا كانت قيمة الإرتباط = صفـر دل ذلك على عدم وجود إرتباط (إرتباط منعدم)

نوع الإرتباط ودرجته :

القيمة	صفر	+ ٠,١	+ ٠,٢	+ ٠,٣	+ ٠,٤	+ ٠,٥	+ ٠,٦	+ ٠,٧	+ ٠,٨	+ ٠,٩	+ ١
النوع والدرجة	منعدم	طردى ضعيف				طردى متوسط			طردى قوى		طردى تام

القيمة	صفر	− ٠,١	− ٠,٢	− ٠,٣	− ٠,٤	− ٠,٥	− ٠,٦	− ٠,٧	− ٠,٨	− ٠,٩	− ١
النوع والدرجة	منعدم	طردى ضعيف				طردى متوسط			طردى قوى		طردى تام

طرق قياس معامل الإرتباط :

الطريقة الأولى	حالات إستخدامها
معامل إرتباط الرتب لسبيرمان	١- إذا نص عليها صراحة على ذلك فى التمرين
	٢- إذا لم ينص عليها وكانت قيم س ، ص وصفية
	٣- إذا لم ينص عليها وكانت قيم س ، ص أحدهما وصفية والأخرى رقمية
	٤- إذا لم ينص عليها وكانت البيانات جاهزة ولها علاقة بقانون معامل إرتبـــاط الرتب لسبيرمان

الطريقة الثانية	حالات إستخدامها
معامل إرتباط بيرسون (الخطى البسيط) (العزوم)	١- إذا نص عليها صراحة على ذلك فى التمرين
	٢- إذا لم ينص عليها وكانت قيم س ، ص رقمية
	٣- إذا لم ينص عليها وكانت البيانات جاهزة ولها علاقة بقانون معامل إرتباط بيرسون





أولا : معامل إرتباط الرتب لسبيرمان (ر)

خطوات الحل : ١- نكون جدول من الخانات الستة الآتية فى حالة عدم جاهزية البيانات

س	ص	رتب س	رتب ص	ف	ف٢
مجـ				صفر	×××

٢- نعوض فى القانون الآتى : $ر = ١ - \left(\frac{٦ \times مجـ\ ف^{٢}}{ن(ن^{٢} - ١)} \right)$

٣- تحديد النوع والدرجة

ثانيا : معامل إرتباط بيرسون (الخطى البسيط) (العزوم) (ر)

خطوات الحل :

١- نكون جدول من الخانات الخمسة الآتية فى حالة عدم جاهزية البيانات

س	ص	س ص	س٢	ص٢
×× مجـ س	×× مجـ ص	×× مجـ س ص	×× مجـ س٢	×× مجـ ص٢

٢- نعوض فى القانون الآتى : $ر = \frac{(ن \times مجـ\ س\ ص) - (مجـ\ س \times مجـ\ ص)}{\sqrt{[ن \times مجـ\ س^{٢} - (مجـ\ س)^{٢}][ن \times مجـ\ ص^{٢} - (مجـ\ ص)^{٢}]}}$

٣- تحديد النوع والدرجة






معادلة الإنحدار

الإنحدار : هو التنبؤ بقيمة أحد المتغيرين (الظاهرتين) بمعلومية المتغير الآخر

يوجد للإنحدار معادلتين : ١- معادلة إنحدار ص / س وتقرأ معادلة إنحدار ص على س

وصيغة معادلة إنحدار ص / س ← ص = م س + ب

م ↓ متغير تابع — ب ↓ متغير مستقل

وهى المعادلة التى تعطى أفضل قيمة لـ ص إذا علمت قيمة س

٢- معادلة إنحدار س / ص وتقرأ معادلة إنحدار س على ص

وصيغة معادلة إنحدار س / ص ← س = جـ ص + د

جـ ↓ متغير تابع — د ↓ متغير مستقل

وهى المعادلة التى تعطى أفضل قيمة لـ س إذا علمت قيمة ص

أولا : معادلة إنحدار ص / س

خطوات الحل : ١- نكون جدول من الخانات الأربعة الآتية فى حالة عدم جاهزية البيانات :

س	ص	س ص	س٢
×× مجـ س	×× مجـ ص	×× مجـ س ص	×× مجـ س٢

٢- نوجد قيمة م : م = $\frac{(ن \times مجـ\ س\ ص) - (مجـ\ س \times مجـ\ ص)}{[ن \times مجـ\ س^2 - (مجـ\ س)^2]}$

٣- نوجد قيمة ب : ب = $\frac{مجـ\ ص - (أ \times مجـ\ س)}{ن}$

٤- نكتب المعادلة : ص = م س + ب ويتم التعويض فيها بقيمة كلا من م ، ب

٥- إيجاد أفضل قيمة لـ ص فى حالة معلومية قيمة س :

يتم التعويض فى المعادلة السابقة بقيمة س المعطاة فى التمرين للوصول إلى قيمة ص



مثـ (١) ـال : من البيانات الآتية :

س	٤	٨	٦	٩	٧	٢
ص	١١	٧	١٣	٥	١٢	٦

المطلوب : ١- حساب معادلة إنحدار ص / س

٢- إيجاد أفضل قيمة لـ ص عندما س = ٢٠

الحل :

س	ص	س ص	س٢
٤	١١	٤٤	١٦
٨	٧	٥٦	٦٤
٦	١٣	٧٨	٣٦
٩	٥	٤٥	٨١
٧	١٢	٨٤	٤٩
٢	٦	١٢	٤
٣٦ مجـ س	٥٤ مجـ ص	٣١٩ مجـ س ص	٢٥٠ مجـ س٢



$$\text{م} = \frac{(\text{ن} \times \text{مجـ س ص}) - (\text{مجـ س} \times \text{مجـ ص})}{[\text{ن} \times \text{مجـ س}^{2} - (\text{مجـ س})^{2}]}$$

$$= \frac{(٦ \times ٣١٩) - (٣٦ \times ٥٤)}{[٦ \times ٢٥٠ - (٣٦)^{2}]} = -١٥.$$

$$\text{ب} = \frac{\text{مجـ ص} - (\text{أ} \times \text{مجـ س})}{\text{ن}} = \frac{٥٤ - (-١٥. \times ٣٦)}{٦} = ٩,٨٨$$

معادلة إنحدار ص / س : ص = م س + ب

ص = ـ ١٥. س + ٩,٨٨

أفضل قيمة لـ ص عندما قيمة س = ٢٠ :

ص = (ـ١٥. × ٢٠) + ٩,٨٨ = ٦,٨٨



ت (١) دريب : من البيانات الآتية :

س	٤	٨	٩	١٠	٩	٦	٣
ص	٩	١٤	٧	١٢	١٣	١٠	٥

المطلوب : ١- حساب معادلة إنحدار ص / س

٢- إيجاد أفضل قيمة لـ ص عندما س = ١٥

ت (٢) دريب : إذا علمت أن :

مجـ س = ٨٠ ، مجـ ص = ٧٠ ، مجـ س ص = ٥٦٩ ، مجـ س٢ = ٦٥٠

عدد القيم ١٠

إحسب : معادلة إنحدار ص / س ومنها أوجد أفضل قيمة لـ ص عندما س = ٢٠

ت (١) مرين : من البيانات الآتية :

س	٤	٥	٦	٧	٩	٧	٢
ص	٢	٥	١٢	١٠	١٤	١٨	١٦

المطلوب : ١- حساب معادلة إنحدار ص / س

٢- إيجاد أفضل قيمة لـ ص عندما س = ١٠

ت (٢) مرين : من البيانات التالية لمتغيرين س ، ص :

أوجد : أفضل قيمة لـ ص عندما س = ٢٢

مجـ س = ٨٠ ، مجـ ص = ٧٠ ، مجـ س ص = ٥٦٩ ، مجـ س٢ = ٦٥٠ ، ن = ١٠

ت (٣) مرين : من البيانات الآتية :

س	٥	٦	٨	٣	٤	٦
ص	٤	٦	٥	٧	٦	٨

أوجد : قيمة لـ ص عندما س = ٢٠ وذلك بإستخدام معادلة الإنحدار المناسبة .

ت (٤) مرين : أكمل : فى معادلة إنحدار ص / س يكون المتغير الأصلى .... والمتغير التابع ....





ثانيا : معادلة إنحدار س / ص

خطوات الحل : ١- نكون جدول من الخانات الأربعة الآتية فى حالة عدم جاهزية البيانات :

س	ص	س ص	ص٢
×× مجـ س	×× مجـ ص	×× مجـ س ص	×× مجـ ص٢

٢- نوجد قيمة جـ : جـ = $\frac{(ن \times مجـ س ص) - (مجـ س \times مجـ ص)}{[ن \times مجـ ص^٢ - (مجـ ص)^٢]}$

٣- نوجد قيمة د : د = $\frac{مجـ س - (جـ \times مجـ ص)}{ن}$

٤- نكتب المعادلة : س = جـ ص + د ويتم التعويض فيها بقيمة كلا من جـ ، د

٥- إيجاد أفضل قيمة لـ س فى حالة معلومية قيمة ص :

يتم التعويض فى المعادلة السابقة بقيمة ص المعطاة فى التمرين للوصول إلى قيمة س

مثال (١) : من البيانات الآتية :

س	٤	٨	٦	٩	٧	٢
ص	١١	٧	١٣	٥	١٢	٦

المطلوب : ١- حساب معادلة إنحدار س / ص

٢- إيجاد أفضل قيمة لـ س عندما ص = ٢٠

الحل :

س	ص	س ص	ص٢
٤	١١	٤٤	١٢١
٨	٧	٥٦	٤٩
٦	١٣	٧٨	١٦٩
٩	٥	٤٥	٢٥
٧	١٢	٨٤	١٤٤
٢	٦	١٢	٣٦
٣٦ مجـ س	٥٤ مجـ ص	٣١٩ مجـ س ص	٥٤٤ مجـ ص٢





$$جـ = \frac{ن \times مجـ س ص - (مجـ س \times مجـ ص)}{[ن \times مجـ ص^2 - (مجـ ص)^2]} = \frac{(٦ \times ٣١٩) - (٣٦ \times ٥٤)}{[٦ \times ٥٤٤ - (٥٤)^2]} = -٠,٠٩$$

$$د = \frac{مجـ س - (جـ \times مجـ ص)}{ن} = \frac{٣٦ - (-٠,٠٩ \times ٥٤)}{٦} = ٦,٨١$$

معادلة إنحدار س / ص : س = جـ ص + د

س = ـ ٠,٠٩ ص + ٦,٨١

أفضل قيمة لـ س عندما قيمة ص = ٢٠ : س = (ـ ٠,٠٩ × ٢٠) + ٦,٨١ = ٤,٣

تـ (١) دريب : من البيانات الآتية :

س	٤	٥	١١	٩	٨	٥
ص	٣	٢	٥	٧	٤	٣

المطلوب : ١- حساب معادلة إنحدار س / ص

٢- إيجاد أفضل قيمة لـ س عندما ص = ١٠

تـ (٢) دريب : من البيانات التالية لمتغيرين عشوائيين س ، ص : **أوجد :** أفضل قيمة لـ س عندما ص = ٢٥

مجـ س = ٨٠ ، مجـ ص = ٧٠ ، مجـ س ص = ٥٦٩ ، مجـ ص٢ = ٥١٠ ، ن = ١٠

تـ (١) مرين : من الجدول الآتى **إحسب** معادلة الإنحدار س / ص ثم أفضل قيمة لـ س عندما ص = ٢٠ :

س	٩	٧	٩	٩	٦	٥
ص	٨	٩	٦	٥	٤	٢

تـ (٢) مرين : من البيانات التالية لمتغيرين س ، ص : **أوجد :** أفضل قيمة لـ ص عندما س = ٢٢

مجـ س = ٨٠ ، مجـ ص = ٧٠ ، مجـ س ص = ٥٦٩ ، مجـ س٢ = ٦٥٠ ، ن = ١٠

تـ (٣) مرين : من البيانات الآتية للظاهرتين س ، ص :

س	٣	١	٦	٤	٣	٨
ص	٧	٤	٥	٨	٦	٧

المطلوب : ١- معادلة إنحدار س / ص

٢- أفضل قيمة لـ س عندما ص = ٥

تـ (٤) مرين : أكمل :

فى معادلة إنحدار س / ص يكون المتغير الأصلى .... والمتغير التابع ....





ثالثا : العلاقة بين الإرتباط والإنحدار

العناصر المشتركة فى هذه العلاقة :

١- معامل الإرتباط ($ر$) ٢- معامل إنحدار ص/س ($أ$) ٣- معامل إنحدار س/ص ($جـ$)

هذه العلاقة تستخدم فى إيجاد :

أى عنصر من العناصر الثلاثة السابق ذكرها بشرط معلومية العنصرين الآخرين

القوانين المستخدمة فى العلاقة :

$$ر = \sqrt{أ \times جـ} \qquad أ = \frac{ر^{٢}}{جـ} \qquad جـ = \frac{ر^{٢}}{أ}$$

يشترط :

أن تكون الإشارة واحدة فى العناصر الثلاثة بمعنى أنه إما أن يكون الجميع موجب أو الجميع سالب

مثال (١) : إذا علمت أن $أ = ٠,٥$ ، $جـ = ٠,٨$ **أوجد :** معامل الإرتباط

الحل : $ر = \sqrt{أ \times جـ} = \sqrt{٠,٥ \times ٠,٨} = ٠,٦$

مثال (٢) : إذا كان معامل إنحدارس/ص = ٠,٣ ومعامل الإرتباط بين س ، ص = ٠,٨
أوجد : معامل إنحدار ص/س

الحل : $أ = \frac{ر^{٢}}{جـ} = \frac{(٠,٨)^{٢}}{٠,٣} = ٢,١٣٣$

مثال (٣) : إذا كان معامل إنحدارص/س = ٠,٨ ومعامل الإرتباط بين س،ص = ٠,٤٩
أوجد : معامل إنحدار س/ص

الحل : $جـ = \frac{ر^{٢}}{أ} = \frac{(٠,٤٩)^{٢}}{٠,٨} = ٠,٣$

تـ (١) دريب : إذا علمت أن م = ٠,٦ ، جـ = ٠,٤ أوجد : معامل الإرتباط

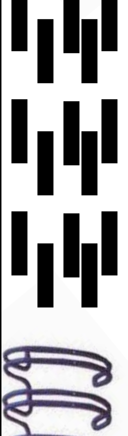
تـ (٢) دريب : إذا كان معامل إنحدار س/ص = – ٠,٧ ومعامل الإرتباط بين س ، ص = – ٠,٩
أوجد : معامل إنحدار ص/س

تـ (٣) دريب : إذا كان معامل إنحدار ص/س = ٠,٨ ومعامل الإرتباط بين س ، ص = ٠,٦٤
أوجد : معامل إنحدار س/ص

تـ (١) مرين : إذا علمت أن م = ٠,٧ ، جـ = ٠,٥ أوجد : معامل الإرتباط

تـ (٢) مرين : إذا كان معامل إنحدارس/ص = – ٠,٣ ومعامل الإرتباط بين س ، ص = – ٠,٨
أوجد : معامل إنحدار ص/س

تـ (٣) مرين : إذا كان معامل إنحدار ص/س = ٠,٧ ومعامل الإرتباط بين س ، ص = ٠,٥٢
أوجد : معامل إنحدار س/ص









رابعا : إمتحانات سنوات سابقة

عام ٢٠١١ دور أول :

س ١ : (أ) ضع علامة (√) أمام العبارة الصحيحة وعلامة (×) أمام العبارة الخاطئة :

٢- ر = م ÷ جـ في العلاقة بين الإرتباط والإنحدار .

س ١ : (ب) من الجدول التالى :

س	٥	٦	٨	٣	٤	٦
ص	٤	٦	٥	٧	٦	٨

أوجد : قيمة ص عندما س = ٢٠ وذلك بإستخدام معادلة الإنحدار المناسبة

س ٢ : (أ) إذا كان معامل إنحدار ص/س هو – ٠,٨ ومعامل إنحدار س/ص هو – ٠,٣

أوجد : معامل الإرتباط

عام ٢٠١١ دور ثان :

س ٢ : (أ) إذا كان معامل إنحدار ص/س هو ٠,٦ ومعامل الإرتباط بين س ، ص هو ٠,٣٩

أوجد : معامل إنحدار س/ص

س ٣ : (أ) إذا علمت أن :

مجـ س = ٨٠ ، مجـ ص = ٧٠ ، مجـ س ص = ٥٦٩ ، مجـ ص٢ = ٥١٠

س/ = ١٠ **أوجد :** معادلة إنحدار س / ص

س ٣ : (ب) أكمل : ٢- فى معادلة إنحدار ص / س : ب = (.......... – ....) / ....

عام ٢٠١٢ دور أول :

س ٥ : (أ) إذا علمت أن : مجـ س = ٨٠ ، مجـ ص = ٧٠ ، مجـ س ص = ٥٦٩

مجـ س٢ = ٦٥٠ ، عدد القيم (١٠)

أوجد : معادلة إنحدار ص / س ومنها أوجد أفضل قيمة لـ ص عندما س = ٢٠

س ٥ : (ب) إذا علمت أن : م = ٠,٦ ، جـ = ٠,٩ أوجد معامل الإرتباط

عام ٢٠١٢ دور ثان :

س ٥ : (أ) من البيانات التالية لمتغيرين عشوائيين س ، ص : **أوجد :** أفضل قيمة لـ س عندما ص = ٢٥

مجـ س = ٨٠ ، مجـ ص = ٧٠ ، مجـ س ص = ٥٦٩ ، مجـ ص٢ = ٥١٠ ، ن = ١٠

س ٥ : (ب) إذا كان معامل إنحدار س/ص هو ٠,٤ ومعامل الإرتباط بين س ، ص هو ٠,٩

أوجد : معامل إنحدار ص/س





عام ٢٠١٣ دور أول :

س ٤ : (ب) من البيانات التالية لمتغيرين س ، ص :

مجـ س = ٨٠ ، مجـ ص = ٧٠ ، مجـ س ص = ٥٦٩ ، مجـ س٢ = ٦٥٠ ، ن = ١٠

أوجد : معادلة الإنحدار وأفضل قيمة لـ ص عندما س = ٢٢

س ٥ : (أ) أكمل : معامل الإرتباط = $\sqrt{\text{معامل إنحدار .... على ..... × معامل إنحدار .... على .....}}$

عام ٢٠١٣ دور ثان :

س ٥ : (أ) من الجدول التالى إحسب معادلة الإنحدار س/ص ثم أفضل قيمة لـ س عندما ص = ٢٠ :

س	٩	٧	٩	٩	٦	٥
ص	٨	٩	٦	٥	٤	٢

س٥ : (ب) إذا علمت أن : ر = ٠,٥٤ م = ٠,٣٦ أوجد قيمة جـ

عام ٢٠١٤ دور أول :

س ٤ : إذا توافرت لديك البيانات التالية عن الظاهرتين (س) ، (ص) :

ن	مجـ س	مجـ ص	مجـ س ص	مجـ س٢	مجـ ص٢
٧	٣٥	٢٨	١٦٤	٢١٥	١٤٠

المطلوب : ١- إحسب معادلة إنحدار ص / س

٢- إحسب قيمة الظاهرة ص عندما س = ٢٠

عام ٢٠١٤ دور ثان :

س ٥ : فيما يلى أسعار سلعة ما (س) والكميات المباعة (ص) بالوحدة

س	٥	٤	٥	٦	٣	٢	١٠
ص	٥	٦	٢	٤	٣	١	٧

إحسب : ١- معادلة إنحدار ص / س

٢- إحسب قيمة ص عندما س = ٢٠



عام ٢٠١٥ دور أول :

س ٤ : (أ) **أكمل** : ٢- فى معادلة إنحدار ص / س تكون قيمة **ب** = $\frac{.......... - ....}{..........}$

س ٥ : (أ) **أكمل** : ٢- فى معادلة إنحدار س / ص تكون قيمة **جـ** = $\frac{.......... - ....}{..........-..........}$

س ٥ : (ب) من البيانات التالية عن الظاهرتين س ، ص :

س	٤	٥	٦	٢	٨
ص	٢٢	١٨	٢٠	٢٦	١٤

أوجد : ١- معادلة إنحدار ص / س ٢- قيمة ص عندما س = ١٠

س ٦ : (أ) إذا علمت أن معادلة إنحدار ص على س هى **ص** = ٠,٦٤ **س** + ٢,٣

وكانت معادلة إنحدار س على ص هى **س** = **ص** + ١,٨

إحسب : معامل الإرتباط لبيرسون بين س ، ص

عام ٢٠١٥ دور ثان :

س ٥ : الجدول التالى يوضح العلاقة بين متغيرين س ، ص :

س	٣	٥	١٢	٨	١٥
ص	٦	١٣	١٤	٢٠	١٧

المطلوب :١- معادلة إنحدار (ص) على (س)

٢- حساب أفضل قيمة للمتغير (ص) عندما تكون (س = ٣٠)

س ٦ : (أ) **إحسب** معامل الإرتباط بين المتغيرين س ، ص إذا علمت أن : **م** = ١,٦ ، **جـ** = ٠,٤

عام ٢٠١٦ دور أول :

س ٤ : (أ) **أكمل ما يأتى** : ٢- عملية التنبؤ بقيمة أحد المتغيرين بمعلومية المتغير الآخر تعرف بأنها ....

س ٥ : (أ) إذا كان : **م** = ٠,٢٥ ، **جـ** = ١,٦ **إحسب** : معامل الإرتباط لبيرسون

س ٥ : (ب) إذا توافرت لديك البيانات التالية بين الظاهرتين س ، ص :

ن = ٥ ، مجـ س = ٢٥ ، مجـ ص = ٥٠ ، مجـ س٢ = ١٤٥

مجـ ص٢ = ٥٢٠ ، مجـ س ص = ٢٦٦ **إحسب** : معادلة إنحدار س / ص



عام ٢٠١٦ دور ثان :

س٥ : من الجدول التالى :

س	٩	٧	٩	٩	٦	٥
ص	١٦	١٨	١٢	١٠	٨	٤

المطلوب : ١- معادلة إنحدار ص/س

٢- أفضل قيمة لـ (ص) عندما س = ٢٠

س٦ : (أ) إذا كان معامل إنحدار ص على س = ٠,٢٥ وكان معامل إنحدار س على ص = ٠,٨

إحسب : معامل الإرتباط لبيرسون بين س ، ص

عام ٢٠١٧ دور أول :

س١ : (ب) إذا علمت أن معامل الإرتباط بين س ، ص هو ٠,٦ وكان معامل إنحدار ص على س هو ٠,٢٥ أوجد : معامل إنحدار س على ص

س٢ : (ب) الجدول الآتى يوضح أسعار خمسة سلع (س) والكميات المباعة منها (ص) :

س	٤	١٢	٦	٨	٥
ص	٨	١٦	١٢	٢٠	١٤

المطلوب : معادلة إنحدار ص / س

عام ٢٠١٧ دور ثان :

س٢ : إليك البيانات التالية عن الظاهرتين س ، ص :

س	٢	٤	٣	٦	٥
ص	٣	٧	٨	١٠	١٢

المطلوب : ١- معادلة إنحدار ص/س ٢- تقدير قيمة ص عندما س = ١٠

س٣ : (أ) إذا كان معامل إنحدار ص على س هو ٠,٨ وكان معامل إنحدار س على ص ٠,٢٥

إحسب : معامل الإرتباط الخطى بين س ، ص

س٦ : (أ) أكمل : ٢- فى معادلة إنحدار س / ص تكون قيمة جـ = $\frac{.......... - ....}{..........-..........}$



عام ٢٠١٨ دور أول :

لا يوجد أى أسئلة تخص هذا الدرس

عام ٢٠١٨ دور ثان :

س٦ : (أ) إذا علمت أن : م = ٠,٤ ، جـ = ١,٦ أوجد : معامل الإرتباط لبيرسون بين س ، ص

عام ٢٠١٩ دور أول :

س٤ : (ب) إذا علمت أن معادلة إنحدار ص على س هى ص = ٠,٣٢ س + ٥,٨

وكان معامل الإرتباط الخطى بين س ، ص هو ٠,٨ أوجد : معامل إنحدار س على ص

س٥ : (أ) من بيانات الجدول التالى بين الظاهرتين س ، ص :

س	٨	١٢	٦	٢٠	١٤
ص	١١	١٩	٨	١٢	٢٠

المطلوب : ١- معادلة إنحدار ص على س ٢- قيمة ص عندما س = ٢٠

عام ٢٠١٩ دور ثان :

س٥ : في البيانات التالية عن الظاهرتين س ، ص :

ن = ٩ ، مجـ س = ٦٣ ، مجـ ص = ٤٢ ، مجـ س ص = ٤١٣

مجـ س^{٢} = ٦٦٥ ، مجـ ص^{٢} = ٢٩٢

أوجد : ١- معامل الإرتباط لبيرسون بين س ، ص ٢- معادلة إنحدار ص على س

س٦ : (أ) إذا كان معامل إنحدار ص على س هو ٠,٦ وكان معامل إنحدار س على ص ١,٣٥

إحسب : معامل الإرتباط الخطى بين س ، ص

عام ٢٠٢٠ دور أول :

س٥ : الجدول التالى يوضح العلاقة بين س ، ص

س	٤	٨	١٢	٦	١٠
ص	١٠	١٢	٢٠	١٦	٨

المطلوب : ١- معامل الإرتباط الخطى لبيرسون بين س ، ص ٢- معامل إنحدار ص على س

س٦ : (ب) إذا كان معامل الإرتباط لبيرسون بين س ، ص هو طردى تام كان معامل إنحدار ص على س هو ٠,٢٥ إحسب : معامل إنحدار س على ص





خامسا : تذكر

أولا : معادلة إنحدار ص / س

خطوات الحل : ١- نكون جدول من الخانات الأربعة الآتية فى حالة عدم جاهزية البيانات :

س	ص	س ص	$س^2$
×× مجـ س	×× مجـ ص	×× مجـ س ص	×× مجـ $س^2$

٢- نوجد قيمة أ : $أ = \frac{(\text{ن} \times \text{مجـ س ص}) - (\text{مجـ س} \times \text{مجـ ص})}{[\text{ن} \times \text{مجـ } س^2 - (\text{مجـ س})^2]}$

٣- نوجد قيمة ب : $ب = \frac{\text{مجـ ص} - (\text{أ} \times \text{مجـ س})}{\text{ن}}$

٤- نكتب المعادلة : ص = أ س + ب ويتم التعويض فيها بقيمة كلا من أ ، ب

٥- إيجاد أفضل قيمة لـ ص فى حالة معلومية قيمة س :

يتم التعويض فى المعادلة السابقة بقيمة س المعطاة فى التمرين للوصول إلى قيمة ص

ثانيا : معادلة إنحدار س / ص

خطوات الحل : ١- نكون جدول من الخانات الأربعة الآتية فى حالة عدم جاهزية البيانات :

س	ص	س ص	$ص^2$
×× مجـ س	×× مجـ ص	×× مجـ س ص	×× مجـ $ص^2$

٢- نوجد قيمة جـ : $جـ = \frac{(\text{ن} \times \text{مجـ س ص}) - (\text{مجـ س} \times \text{مجـ ص})}{[\text{ن} \times \text{مجـ } ص^2 - (\text{مجـ ص})^2]}$

٣- نوجد قيمة د : $د = \frac{\text{مجـ س} - (\text{جـ} \times \text{مجـ ص})}{\text{ن}}$

٤- نكتب المعادلة : س = جـ ص + د ويتم التعويض فيها بقيمة كلا من جـ ، د

٥- إيجاد أفضل قيمة لـ س فى حالة معلومية قيمة ص :

يتم التعويض فى المعادلة السابقة بقيمة ص المعطاة فى التمرين للوصول إلى قيمة س

ثالثا : العلاقة بين الإرتباط والإنحدار

العناصر المشتركة فى هذه العلاقة :

١- معامل الإرتباط (ر)   ٢- معامل إنحدار ص/س (م)   ٣- معامل إنحدار س/ص (جـ)

هذه العلاقة تستخدم فى إيجاد :

أى عنصر من العناصر الثلاثة السابق ذكرها بشرط معلومية العنصرين الآخرين

القوانين المستخدمة فى العلاقة :

$$ر = \sqrt{م \times جـ} \qquad م = \frac{ر^{٢}}{جـ} \qquad جـ = \frac{ر^{٢}}{م}$$

يشترط :

أن تكون الإشارة واحدة فى العناصر الثلاثة بمعنى أنه إما أن يكون الجميع موجب أو الجميع سالب

سادسا : معادلة الإتجاه العام (السلاسل الزمنية)

تعريف السلسلة الزمنية :

هى قراءات لظاهرة معينة فى فترات زمنية قد تكون يوم أو أسبوع أو شهر أو سنة .

من أمثلة السلاسل الزمنية :

١- درجات الحرارة ٢- المبيعات الشهرية ٣- كميات الإنتاج ٤- عدد السكان

أسباب تغير قيمة الظاهرة :

١- تغيرات الإتجاه العام : تغيرات طويلة الأجل فى إتجاه واحد إما صعودا أو هبوطا .

٢- التغيرات الموسمية : تحدث فى تواريخ معلومة كل عام مثل زيادة المبيعات فى المواسم والأعياد وغيرها .

٣- التغيرات الدورية : تغيرات منتظمة وتستغرق زمنا طـويلا حوالى عشر سنوات مثل فترات الرواج والكساد .

٤- التغيرات العرضية أو الفجائية : تغيرات تحدث فجأة ولا يمكن التنبؤ

أولا : معادلة الإتجاه العام (إذا كان عدد السنوات فردى)

خطوات الحل : ١- نكون جدول من الخانات الخمسة الآتية فى حالة عدم جاهزية البيانات :

السنة	ص	س	س ص	$س^2$
		-	-	+
		-	-	+
السنة الوسطى		صفر	صفر	صفر
		+	+	+
		+	+	+
مجـ	×× مجـ ص	صفر مجـ س	×× مجـ س ص	×× مجـ $س^2$

٢- نوجـد قيمة ﻡ : $ﻡ = \frac{مجـ\ س\ ص}{س^2}$

٣- نوجد قيمة ب : $ب = \frac{مجـ\ ص}{ن}$

٤- نكتب المعادلة : $ص = ﻡ\ س + ب$ ويتم التعويض فيها بقيمة كلا من ﻡ ، ب





٥- إيجاد قيمة لـ ص فى حالة معلومية السنة المراد التنبؤ بها : يتم على خطوتين :

١- إيجاد قيمة س : س = سنة التنبؤ – السنة الوسطى

٢- يتم التعويض فى المعادلة السابقة بقيمة س التى تم إحتسابها للوصول إلى قيمة ص

ملحوظة : ن تمثل عدد السنوات الفعلية المعطاه فى التمرين

مثـال (١) : من الجدول الآتى :

السنة	٢٠٠١	٢٠٠٢	٢٠٠٣	٢٠٠٤	٢٠٠٥
الورادات	١٨	٢٢	٣٠	٤٠	٤٥

المطلوب : ١- معادلة الإتجاه العام بطريقة المربعات الصغرى ٢- التنبؤ بواردات عام ٢٠١٢

الحل :



السنة	ص	س	س ص	س٢
٢٠٠١	١٨	٢ -	٣٦ -	٤ +
٢٠٠٢	٢٢	١ -	٢٢ -	١ +
٢٠٠٣	٣٠	صفر	صفر	صفر
٢٠٠٤	٤٠	١ +	٤٠	١ +
٢٠٠٥	٤٥	٢ +	٩٠	٤ +
مجـ	١٥٥ مجـ ص	صفر مجـ س	٧٢ مجـ س ص	١٠ مجـ س٢

$$\text{ا} = \frac{\text{مجـ س ص}}{\text{س}^2} = \frac{٧٢}{١٠} = ٧,٢ \qquad \text{ب} = \frac{\text{مجـ ص}}{\text{ن}} = \frac{١٥٥}{٥} = ٣١$$

معادلة الإتجاه العام : ص = ا س + ب

ص = ٧,٢ س + ٣١

التنبؤ بالواردات عام ٢٠١٢ : س = سنة التنبؤ – السنة الوسطى = ٢٠١٢ – ٢٠٠٣ = ٩

ص = ٧,٢ س + ٣١ = (٧,٢ × ٩) + ٣١ = ٩٥,٨



ت (١) دريب : الجدول الآتى يبين الصادرات لإحدى السلع :

السنة	٢٠٠١	٢٠٠٢	٢٠٠٣	٢٠٠٤	٢٠٠٥
الصادرات	١٠	٢٠	٢٥	٣٠	٤٠

المطلوب : ١- معادلة الإتجاه العام بطريقة المربعات الصغرى ٢- التنبؤ بصادرات عام ٢٠١٣

ت (٢) دريب : عند إعداد جدول معادلة الإتجاه العام لسلسلة زمنية لسبع سنوات تبدأ من سنة ٢٠٠٤ أمكن التوصل إلى البيانات الآتية :

مجـ ص = ٣٥٠ ، مجـ س ص = ١٤٠ ، مجـ س٢ = ٢٨

المطلوب : ١- حساب معادلة الإتجاه العام ٢- القيمة التقديرية لعام ٢٠١٤

ت (١) مرين : الجدول الآتى يبين الإنتاج لإحدى السلع :

السنة	٢٠٠٠	٢٠٠١	٢٠٠٢	٢٠٠٣	٢٠٠٤
الإنتاج	١٤	١٦	٢٠	٢٥	٣٠

المطلوب : ١- معادلة الإتجاه العام بطريقة المربعات الصغرى ٢- التنبؤ بالإنتاج عام ٢٠١٠

ت (٢) مرين : الجدول الآتى يبين الصادرات لإحدى السلع :

السنة	٢٠٠١	٢٠٠٢	٢٠٠٣	٢٠٠٤	٢٠٠٥
الصادرات	١٨	٢٢	٣٠	٤٠	٤٥

المطلوب : ١- إيجاد معادلة الإتجاه العام ٢- التنبؤ بالصادرات عام ٢٠١٢

ت (٣) مرين : ضع علامة (√) أمام العبارة الصحيحة وعلامة (×) أمام العبارة الخاطئة :

م = ص فى معادلة الإتجاه العام





ثانيا : معادلة الإتجاه العام (إذا كان عدد السنوات زوجي)

خطوات الحل : ١- نكون جدول من الخانات الخمسة الآتية فى حالة عدم جاهزية البيانات :

السنة	ص	س	س ص	$س^2$
		-	-	+
		-	-	+
		-	-	+
		+	+	+
		+	+	+
		+	+	+
مجـ	×× مجـ ص	صفر مجـ س	×× مجـ س ص	×× مجـ $س^2$

السنة الوسطى

٢- نوجـد قيمة أ : $أ = \frac{مجـ\ س\ ص}{مجـ\ س^2}$

٣- نوجد قيمة ب : $ب = \frac{مجـ\ ص}{ن}$

٤- نكتب المعادلة : ص = أ س + ب ويتم التعويض فيها بقيمة كلا من أ ، ب

٥- إيجاد قيمة لـ ص فى حالة معلومية السنة المراد التنبؤ بها : يتم على خطوتين :

١- إيجاد قيمة س : س = (سنة التنبؤ – السنة الوسطى) × ٢

٢- يتم التعويض فى المعادلة السابقة بقيمة س التى تم إحتسابها للوصول إلى قيمة ص

ملحوظة : ن تمثل عدد السنوات الفعلية المعطاه فى التمرين







مثـال (١) : الآتى بيان بمبيعات إحدى الشركات بالمليون جنيه :

السنة	٢٠٠١	٢٠٠٢	٢٠٠٣	٢٠٠٤	٢٠٠٥	٢٠٠٦
المبيعات	١٢	١٨	٢٠	٢٣	٣٠	٣٥

المطلوب : ١- معادلة الإتجاه العام ٢- التنبؤ بمبيعات عام ٢٠١١

السنة	ص	س	س ص	س٢
٢٠٠١	١٢	ـ ٥	ـ ٦٠	+ ٢٥
٢٠٠٢	١٨	ـ ٣	ـ ٥٤	+ ٩
٢٠٠٣	٢٠	ـ ١	ـ ٢٠	+ ١
٢٠٠٤	٢٣	+ ١	+ ٢٣	+ ١
٢٠٠٥	٣٠	+ ٣	+ ٩٠	+ ٩
٢٠٠٦	٣٥	+ ٥	+ ١٧٥	+ ٢٥
مجـ	١٣٨ مجـ ص	صفر مجـ س	١٥٤ مجـ س ص	٧٠ مجـ س٢

السنةالوسطى ٢٠٠٣,٥

$$\text{م} = \frac{\text{مجـ س ص}}{\text{س}^2} = \frac{١٥٤}{٧٠} = ٢,٢ \qquad \text{ب} = \frac{\text{مجـ ص}}{\text{ن}} = \frac{١٣٨}{٦} = ٢٣$$

معادلة الإتجاه العام :

$$\text{ص} = \text{م س} + \text{ب}$$

$$\text{ص} = ٢,٢ \text{ س} + ٢٣$$

التنبؤ بالواردات عام ٢٠١١ :

س = (سنة التنبؤ – السنة الوسطى) × ٢ = (٢٠١١ – ٢٠٠٣,٥) × ٢ = ١٥

ص = ٢,٢ س + ٢٣ = (٢,٢ × ١٥) + ٢٣ = ٥٦

تـدريب (١) : الجدول الآتى يبين الصادرات لإحدى السلع :

السنة	٢٠٠١	٢٠٠٢	٢٠٠٣	٢٠٠٤	٢٠٠٥	٢٠٠٦
الصادرات	١٢	١٨	٢٥	٣٢	٤٩	٥٦

المطلوب : ١- معادلة الإتجاه العام بطريقة المربعات الصغرى ٢- التنبؤ بصادرات عام ٢٠١٠

تـدريب (٢) : عند إعداد جدول معادلة الإتجاه العام لسلسلة زمنية ستة سنوات تبدأ من سنة ٢٠٠٣ أمكن التوصل إلى البيانات الآتية :

مجـ ص = ١٥٠ ، مجـ س ص = ٢١٠ ، مجـ س٢ = ٧٠

المطلوب : ١- حساب معادلة الإتجاه العام ٢- القيمة التقديرية لعام ٢٠١٢





ت (١) مرين : الجدول الآتى يبين الإنتاج لإحدى السلع :

السنة	٢٠٠٠	٢٠٠١	٢٠٠٢	٢٠٠٣	٢٠٠٤	٢٠٠٥
الإنتاج	٨	١٢	١٧	٢٤	٣٠	٤١

المطلوب : ١- معادلة الإتجاه العام بطريقة المربعات الصغرى ٢- التنبؤ بالإنتاج عام ٢٠٠٩

ت (٢) مرين : الجدول الآتى يبين الصادرات لإحدى السلع :

السنة	٢٠٠٦	٢٠٠٧	٢٠٠٨	٢٠٠٩	٢٠١٠	٢٠١١
الصادرات	٥	٦	٧	٩	١٠	١١

المطلوب : ١- إيجاد معادلة الإتجاه العام ٢- التنبؤ بالصادرات عام ٢٠١٦

ثالثا : تمثيل السلسلة الزمنية بيانيا

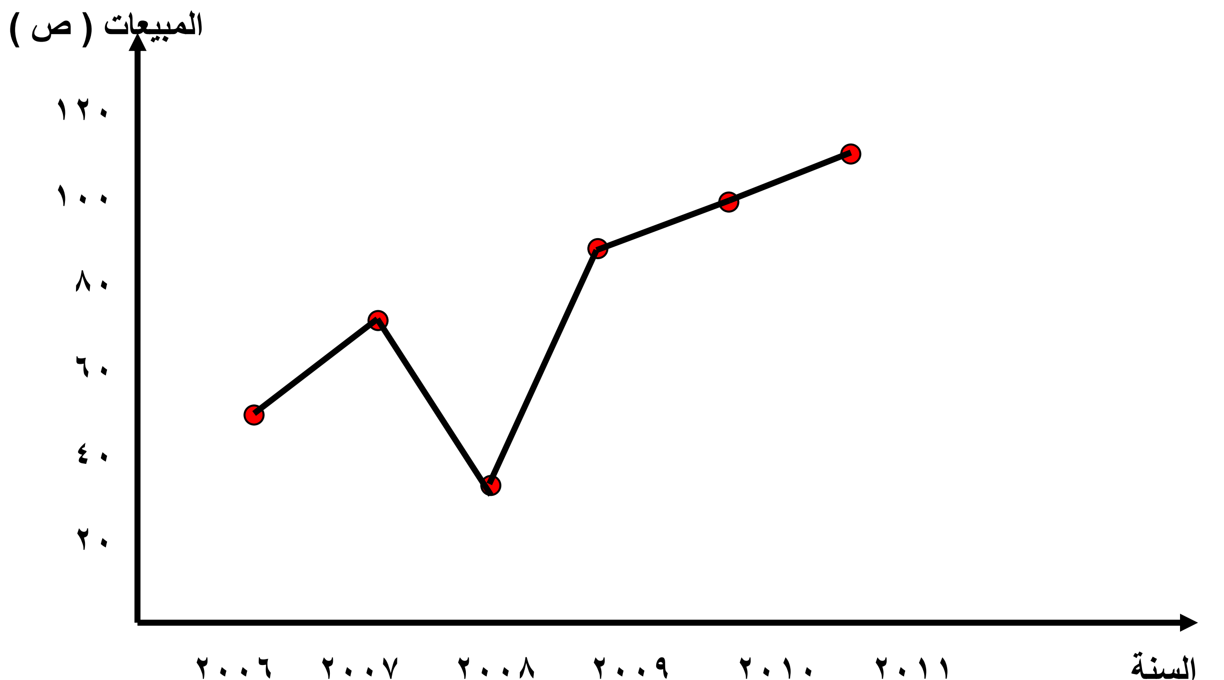
طرق عرض السلاسل الزمنية بالرسم : ١- طريقة الخط البيانى (الخط المنكسر) ٢- طريقة الأعمدة

مث (١) ال : الآتى بيان بإيرادات إحدى الشركات بالمليون جنيه :

السنة	٢٠٠٦	٢٠٠٧	٢٠٠٨	٢٠٠٩	٢٠١٠	٢٠١١
المبيعات	٥٠	٧٠	٣٠	٨٠	٩٠	١٠٠

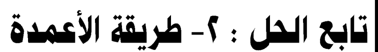
المطلوب : تمثيل السلسلة الزمنية ١- بطريقة الخط البيانى (الخط المنكسر) ٢- بطريقة الأعمدة

الحل : ١- طريقة الخط البيانى (الخط المنكسر)

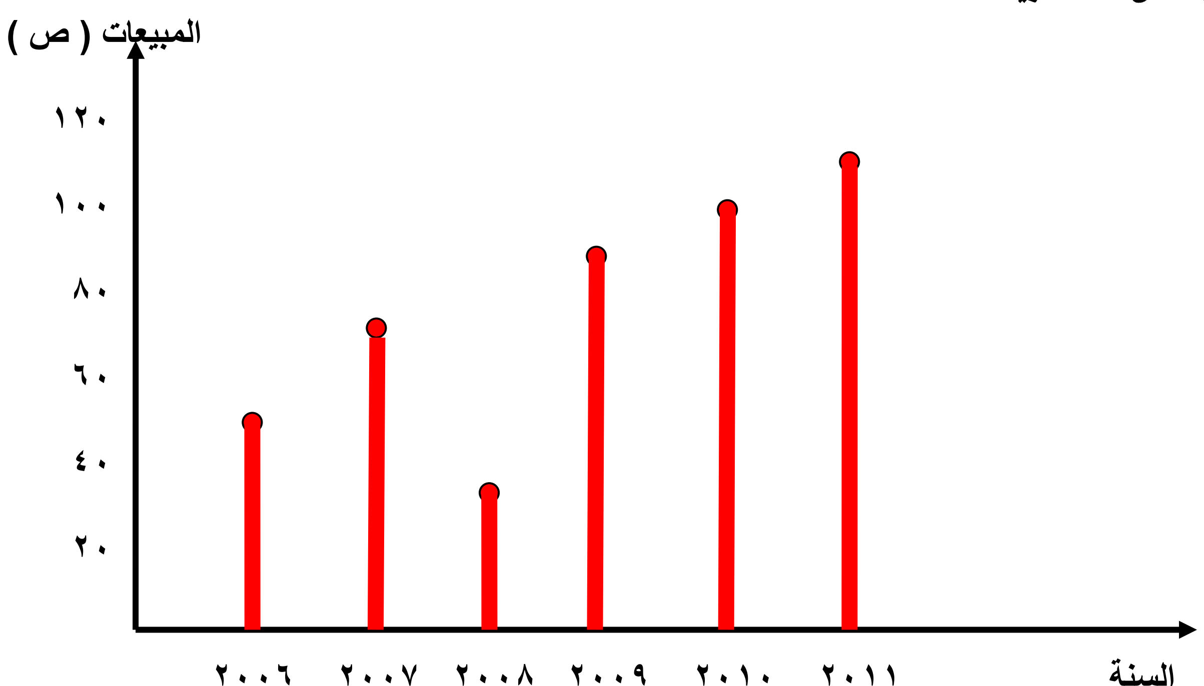








تابع الحل : ٢- طريقة الأعمدة





تـ (١) دريب : الجدول الآتى يبين أرباح إحدى الشركات بالمليون جنيه :

السنة	٢٠٠٣	٢٠٠٤	٢٠٠٥	٢٠٠٦	٢٠٠٧	٢٠٠٨
الأرباح	٢	٣	٤	٦	٧	٨

المطلوب : تمثيل السلسلة الزمنية ١- بطريقة الخط البيانى (الخط المنكسر) ٢- بطريقة الأعمدة

تـ (٢) دريب : الجدول الآتى يبين واردات إحدى الشركات بالمليون جنيه :

السنة	٢٠٠٢	٢٠٠٣	٢٠٠٤	٢٠٠٥	٢٠٠٦	٢٠٠٧
الواردات	٢٠	٣٥	٥٠	٥٥	٧٠	٩٠

المطلوب : تمثيل السلسلة الزمنية ١- بطريقة الخط البيانى (الخط المنكسر) ٢- بطريقة الأعمدة







تـ (١) مرين : الجدول الآتى يبين الإنتاج لإحدى السلع :

السنة	٢٠٠٠	٢٠٠١	٢٠٠٢	٢٠٠٣	٢٠٠٤	٢٠٠٥
الإنتاج	٨	١٢	١٧	٢٤	٣٠	٤١

المطلوب : تمثيل السلسلة الزمنية ١- بطريقة الخط البيانى (الخط المنكسر) ٢- بطريقة الأعمدة

تـ (٢) مرين : الجدول الآتى يبين الصادرات لإحدى السلع :

السنة	٢٠٠٦	٢٠٠٧	٢٠٠٨	٢٠٠٩	٢٠١٠	٢٠١١
الصادرات	٥	٦	٧	٩	١٠	١١

المطلوب : تمثيل السلسلة الزمنية ١- بطريقة الخط البيانى (الخط المنكسر) ٢- بطريقة الأعمدة



رابعا : إمتحانات سنوات سابقة

عام ٢٠١١ دور أول :

س٢ : (أ) الجدول الآتى يبين الصادرات بالمليون جنيه خلال الفترة من ٢٠٠١ إلى ٢٠٠٧ :

السنة	٢٠٠١	٢٠٠٢	٢٠٠٣	٢٠٠٤	٢٠٠٥	٢٠٠٦	٢٠٠٧
الصادرات	٤	٩	١٠	١٢	١٦	٢٢	٢٥

المطلوب : ١- معادلة الإتجاه العام بطريقة المربعات الصغرى ٢- التنبؤ بالصادرات سنة ٢٠١٥
٣- تمثيل الجدول السابق بخط منكسر

س٣: (أ) ما هى التغيرات الموسمية ؟

عام ٢٠١١ دور ثان :

س٢ : (ب)

إذا علمت أنه أمكن التوصل للبيانات الآتية لسلسلة زمنية تتكون من ٦ سنوات تبدأ من سنة ٢٠٠١ :

مجـ ص = ١٨٠ ، مجـ س ص = ٣٣٠ ، مجـ س٢ = ٧٠

المطلوب : ١- حساب الإتجاه العام ٢- القيمة التقديرية لسنة ٢٠١٠

س٣ : (ب) **أكمل :** ١- من أمثلة السلاسل الزمنية .... و ....

عام ٢٠١٢ دور أول : لا توجد أى أسئلة تخص هذا الموضوع

عام ٢٠١٢ دور ثان : لا توجد أى أسئلة تخص هذا الموضوع

عام ٢٠١٣ دور أول :

س٥ : (ب) **إحسب :** معادلة الإتجاه العام للأرباح من الجدول الآتى :

السنة	٢٠٠٥	٢٠٠٦	٢٠٠٧	٢٠٠٨	٢٠٠٩
الأرباح	٣٠	٤٠	٥٠	٦٠	٧٠

عام ٢٠١٣ دور ثان :

س٦ : (ب) **إحسب :** معادلة الإتجاه العام لمبيعات إحدى الشركات بالمليون جنيه :

السنة	٢٠٠٦	٢٠٠٧	٢٠٠٨	٢٠٠٩	٢٠١٠	٢٠١١
المبيعات	٥	٧	١٠	١٢	١٤	١٨







عام ٢٠١٤ دور أول :

س٦ : أمكن التوصل للبيانات التالية عن سلسلة زمنية مكونة من ٧ سنوات :

مجـ ص = ٢٨٠ ، مجـ س ص = ٨٤ ، مجـ س٢ = ٧٠

إحسب : معادلة الإتجاه العام لهذه السلسلة الزمنية

عام ٢٠١٤ دور ثان :

س٦ : فيما يلى حجم الإنتاج لإحدى المشروعات بالمليون جنيه :

السنة	٢٠٠٦	٢٠٠٧	٢٠٠٨	٢٠٠٩	٢٠١٠	٢٠١١
حجم الإنتاج	٣	٧	١٠	١٢	١٥	١٩

المطلوب : ١- معادلة الإتجاه العام لحجم الإنتاج ٢- التنبؤ بحجم الإنتاج لعام ٢٠١٤

عام ٢٠١٥ دور أول :

س٦ : (ب) تم الحصول على البيانات التالية عن سلسلة زمنية مدتهت ٦ سنوات فكانت :

مجـ ص = ٢١٠ ، مجـ س ص = ١١٢ ، مجـ س٢ = ٧٠

المطلوب : معادلة الإتجاه العام

عام ٢٠١٥ دور ثان :

س٦ : (ب) فيما يلى حجم الصادرات لإحدى شركات قطاع الملابس الجاهزة بالمليون دولار :

السنة	٢٠٠٨	٢٠٠٩	٢٠١٠	٢٠١١	٢٠١٢
حجم الصادرات	١٢	١٨	٢٠	٢٣	٢٧

المطلوب : تقدير معادلة الإتجاه العام لحجم الصادرات

عام ٢٠١٦ دور أول :

س٦ : (ب) فيما يلى الإنتاج السنوى لإحدى شركات القطاع الخاص بالمليون جنيه :

السنة	٢٠١٠	٢٠١١	٢٠١٢	٢٠١٣	٢٠١٤
حجم الإنتاج	٢٣	٢٧	٣٨	٤٢	٥٠

المطلوب : تقدير معادلة الإتجاه العام بطريقة المربعات الصغرى

عام ٢٠١٦ دور أول :

س٦ : (ب) إحسب معادلة الإتجاه العام لسلسلة زمنية لمبيعات إحدى الشركات وذلك من البيانات التالية :

مجـ ص = ٤٢٠ ، مجـ س ص = ٩٨ ، مجـ س٢ = ٢٨ ، ن = ٧







عام ٢٠١٧ دور أول :

س٣ : فيما يلى حجم المبيعات لإحدى الشركات بالمليون جنيه خلال ٥ سنوات :

السنة	٢٠١١	٢٠١٢	٢٠١٣	٢٠١٤	٢٠١٥
المبيعات	٣	٧	١١	١٣	١٦

المطلوب : ١- معادلة الإتجاه العام بطريقة المربعات الصغرى

٢- التنبؤ بحجم المبيعات المتوقعة لسنة ٢٠١٧

عام ٢٠١٧ دور ثان :

س٣ : فيما يلى المبيعات لإحدى الشركات خلال ٥ سنوات بالمليون جنيه :

السنة	٢٠١٠	٢٠١١	٢٠١٢	٢٠١٣	٢٠١٤
حجم المبيعات	٦	٩	١٠	١٣	١٧

المطلوب : ١- معادلة الإتجاه العام بطريقة المربعات الصغرى

عام ٢٠١٨ دور أول :

س٦ : (ب) عند إعداد جدول معادلة الإتجاه العام لسلسلة زمنية تتكون من ٦ سنوات أمكن التوصل إلى البيانات الآتية :

مجـ ص = ٣٦٠ ، مجـ س ص = ١٧٥ ، مجـ س٢ = ٧٠

أوجد : معادلة الإتجاه العام لهذه السلسلة بطريقة المربعات الصغرى

عام ٢٠١٨ دور ثان :

س٦ : (ب) عند إعداد جدول معادلة الإتجاه العام لسلسلة زمنية تتكون من ٧ سنوات أمكن الحصول على البيانات الآتية :

مجـ ص = ١٨٢ ، مجـ س ص = ١١٢ ، مجـ س٢ = ٢٨

أوجد : معادلة الإتجاه العام لهذه السلسلة بطريقة المربعات الصغرى

عام ٢٠١٩ دور أول :

س٦ : (ب) أمكن الحصول على البيانات التالية عن سلسلة زمنية مكونة من ٨ سنوات لظاهرة ما فكانت :

مجـ ص = ١٩٢ ، مجـ س ص = ٤٢٠ ، مجـ س٢ = ١٦٨

أوجد : معادلة الإتجاه العام لهذه السلسلة بطريقة المربعات الصغرى







عام ٢٠١٩ دور ثان :

س٦ : (ب) أمكن الحصول على البيانات التالية عن سلسلة زمنية مكونة من ٧ سنوات لظاهرة ما فكانت :

مجـ ص = ٢٤٥ ، مجـ س ص = ١٤٠ ، مجـ س٢ = ٢٨

أوجد : معادلة الإتجاه العام بطريقة المربعات الصغرى

عام ٢٠٢٠ دور أول :

س ٤ : فيما يلى حجم الإنتاج السنوى لإحدى الشركات العاملى في قطاع الملابس الجاهزة (بالمليون جنيه) :

السنة	٢٠١٢	٢٠١٣	٢٠١٤	٢٠١٥	٢٠١٦
حجم الإنتاج	١٢	١٧	٢٥	٢٨	٣٢

المطلوب : ١- معادلة الإتجاه العام بطريقة المربعات الصغرى

٢- التنبؤ بحجم المبيعات المتوقعة لسنة ٢٠٢٠





خامسا : تذكر

أولا : معادلة الإتجاه العام (إذا كان عدد السنوات فردى)

خطوات الحل : ١- نكون جدول من الخانات الخمسة الآتية فى حالة عدم جاهزية البيانات :

السنة	ص	س	س ص	س٢
السنة الوسطى		- - صفر + +	- - صفر + +	+ + صفر + +
مجـ	×× مجـ ص	صفر مجـ س	×× مجـ س ص	×× مجـ س٢

٢- نوجـد قيمة أ : $أ = \frac{\text{مجـ س ص}}{\text{مجـ س}^2}$ **٣- نوجد قيمة ب :** $ب = \frac{\text{مجـ ص}}{ن}$

٤- نكتب المعادلة : ص = أ س + ب **ويتم التعويض فيها بقيمة كلا من أ ، ب**

٥- إيجاد قيمة لـ ص فى حالة معلومية السنة المراد التنبؤ بها : يتم على خطوتين :

١- إيجاد قيمة س : س = سنة التنبؤ – السنة الوسطى

٢- يتم التعويض فى المعادلة السابقة بقيمة س التى تم إحتسابها للوصول إلى قيمة ص

ملحوظة : ن تمثل عدد السنوات الفعلية المعطاه فى التمرين





ثانيا : معادلة الإتجاه العام (إذا كان عدد السنوات زوجى)

خطوات الحل : ١- نكون جدول من الخانات الخمسة الآتية فى حالة عدم جاهزية البيانات :

السنة	ص	س	س ص	س٢
		-	-	+
		-	-	+
		-	-	+
		+	+	+
		+	+	+
		+	+	+
مجـ	×× مجـ ص	صفر مجـ س	×× مجـ س ص	×× مجـ س٢

السنة الوسطى

٢- نوجد قيمة م : م = مجـ س ص / س٢

٣- نوجد قيمة ب : ب = مجـ ص / ن

٤- نكتب المعادلة : ص = م س + ب ويتم التعويض فيها بقيمة كلا من م ، ب

٥- إيجاد قيمة لـ ص فى حالة معلومية السنة المراد التنبؤ بها : يتم على خطوتين :

١- إيجاد قيمة س : س = (سنة التنبؤ – السنة الوسطى) × ٢

٢- يتم التعويض فى المعادلة السابقة بقيمة س التى تم إحتسابها للوصول إلى قيمة ص

ملحوظة : ن تمثل عدد السنوات الفعلية المعطاه فى التمرين

ثالثا : تمثيل السلسلة الزمنية بيانيا

طرق عرض السلاسل الزمنية بالرسم : ١- طريقة الخط البيانى (الخط المنكسر) ٢- طريقة الأعمدة



الدور الاول - عام ٢٠٢٠	جمهورية مصر العربية وزارة التربية والتعليم والتعليم الفني	ث.ت (٢٠٦)

امتحان دبلوم المدارس الثانوية الفنية التجارية (نظام السنوات الثلاث)

المادة : إحصـــاء **التخصص :** الإدارة / تأمينات / التسويق وسوق المال **الزمن :** ساعتان ونصف

أجب عن خمسة أسئلة فقط من الأسئلة الآتية :

السؤال الأول :

(أ) باستخدام جدول المساحات تحت المنحنى الطبيعي أوجد

١ – ع (-٢ ≥ ص ≥ صفر) ٢– قيمة (ى) التي تحقق ع (ص ≤ ى) = ٠,٦٥٥٤

(ب) إذا كان (س) متغير عشوائي يتبع التوزيع الطبيعي المعتدل بمتوسط حسابي ٥٣ وانحراف معياري ٥

أوجد : ١- ع (س ≤ ٦٣) ، ٢- ع (٥١ ≥ س ≥ ٥٨)

عوريضه حسن علي

السؤال الثاني :

(أ) عرف كل من: ١- الحصر الشامل ٢- العينة العشوائية الطبقية

(ب) من البيانات التالية :

البيان	أ	ب	جـ	ى
نسبة الطبقة الى المجتمع	٠,١	٠,٢	٠,٤	٠,٣
التباين داخل الطبقة	٩	٣٦	٢٥	٤

المطلوب: توزيع عينة حجمها ١٦٤ مفردة من هذا المجتمع على الطبقات الأربع باستخدام التوزيع الأمثل.

السؤال الثالث :

(أ) أكمل كل مما يلى :

١- في الأحداث المتنافية يكون ع (ب – أ) = ...

٢- عدد عناصر فضاء العينة الناتج من القاء زهرة نرد مرتين = ...

٣- الانحراف المعياري للتوزيع الطبيعي المعياري (القياسي) = ...

(ب) اذا كان (أ) ، (ب) حدثان من فضاء العينة لتجربة عشوائية وكان :

ع (أ) =٠,٤٩ ، ع (ب) = ٠,٥٣ ، ع (أ ∩ ب) = ٠,٣٢

أوجد كل من: ع (أ ∪ ب) ، ع (أ̄ ∩ ب) ، ع (أ ∩ ب̄)

السؤال الرابع : -

فيما يلي حجم الإنتاج السنوي لإحدى الشركات العاملة في قطاع الملابس الجاهزة (بالمليون جنيه) :

السنة	٢٠١٢	٢٠١٣	٢٠١٤	٢٠١٥	٢٠١٦
حجم الإنتاج	١٢	١٧	٢٥	٢٨	٣٢

المطلوب : ١ - معادلة الاتجاه العام بطريقة المربعات الصغرى. ٢- حجم الإنتاج المتوقع لعام ٢٠٢٠

عوريضه حسن علي

السؤال الخامس :

الجدول التالي يوضح العلاقة بين المتغيرين س ، ص :

س	٤	٨	١٢	٦	١٠
ص	١٠	١٢	٢٠	١٦	٨

المطلوب : ١- معامل الارتباط الخطى لبيرسون بين س ، ص ٢- معامل انحدار ص على س

السؤال السادس :

(أ) إذا علمت أن: ٦ $\sum$ ف^2 =٥٦ ، ن = ٧ **احسب :** معامل الارتباط لسبيرمان (وحدد نوعه).

(ب) إذا كان معامل الارتباط لبيرسون بين س ، ص هو طردي تام وكان معامل انحدار ص على س هو ٠,٢٥

احسب: معامل انحدار س على ص .

❀ انتهت الأسئلة ❀

جدول المساحات تحت منحنى التوزيع الطبيعي

الدرجة المعيارية	٠,٤	٠,٥	١	١,٩٦	٢
المساحة (ص)	٠,١٥٥٤	٠,١٩١٥	٠,٣٤١٣	٠,٤٧٥٠	٠,٤٧٧٢

